



НАУЧНЫЙ
ФОРУМ
nauchforum.ru

ISSN: 2541-8394



№10(78)

НАУЧНЫЙ ФОРУМ: ТЕХНИЧЕСКИЕ И ФИЗИКО- МАТЕМАТИЧЕСКИЕ НАУКИ

МОСКВА, 2024



НАУЧНЫЙ ФОРУМ: ТЕХНИЧЕСКИЕ И ФИЗИКО- МАТЕМАТИЧЕСКИЕ НАУКИ

*Сборник статей по материалам LXXVIII международной
научно-практической конференции*

№ 10 (78)
Октябрь 2024 г.

Издается с декабря 2016 года

Москва
2024

УДК 51/53+62

ББК 22+3

Н34

Председатель редколлегии:

Лебедева Надежда Анатольевна – доктор философии в области культурологии, профессор философии Международной кадровой академии, член Евразийской Академии Телевидения и Радио.

Редакционная коллегия:

Данилов Олег Сергеевич – канд. техн. наук, научный сотрудник Дальневосточного федерального университета;

Маршалов Олег Викторович – канд. техн. наук, начальник учебного отдела филиала ФГАОУ ВО «Южно-Уральский государственный университет» (НИУ), Россия, г. Златоуст.

Н34 Научный форум: Технические и физико-математические науки: сб. ст. по материалам LXXVIII междунар. науч.-практ. конф. – № 10 (78). – М.: Изд. «МЦНО», 2024. – 24 с.

ISSN 2541-8394

Статьи, принятые к публикации, размещаются на сайте научной электронной библиотеки eLIBRARY.RU.

ISSN 2541-8394

ББК 22+3

© «МЦНО», 2024

Оглавление

Технические науки	4
Раздел 1. Технические науки	4
1.1. Metallургия и материаловедение	4
РАЗРАБОТКА ТЕХНОЛОГИИ ТЕРМИЧЕСКОЙ ОБРАБОТКИ ИЗДЕЛИЙ ИЗ КОНСТРУКЦИОННЫХ СТАЛЕЙ 45, 40X, 40XH, ИЗГОТОВЛЕННЫХ В МУ ПАО «НЛМК» Фаустов Александр Николаевич Цыганов Игорь Анатольевич	4
1.2. Транспорт	11
МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИКИ ПОЕЗДА НА ПРЯМЫХ И КРИВЫХ В ПРОФИЛЕ УЧАСТКАХ ПУТИ Комаровский Никита Владимирович	11
Физико-математические науки	16
Раздел 2. Механика	16
2.1. Механика деформируемого твердого тела	16
УСТОЙЧИВОСТЬ ГОРИЗОНТАЛЬНОЙ ПОДЗЕМНОЙ ВЫРАБОТКИ КРУГОВОГО СЕЧЕНИЯ С УЧЕТОМ УПРУГОПЛАСТИЧЕСКИХ СВОЙСТВ МАССИВА ГОРНЫХ ПОРОД Журавков Михаил Анатольевич Замжицкая-Чигарева Юлия Анатольевна	16

ТЕХНИЧЕСКИЕ НАУКИ

РАЗДЕЛ 1.

ТЕХНИЧЕСКИЕ НАУКИ

1.1. МЕТАЛЛУРГИЯ И МАТЕРИАЛОВЕДЕНИЕ

РАЗРАБОТКА ТЕХНОЛОГИИ ТЕРМИЧЕСКОЙ ОБРАБОТКИ ИЗДЕЛИЙ ИЗ КОНСТРУКЦИОННЫХ СТАЛЕЙ 45, 40X, 40ХН, ИЗГОТОВЛЕННЫХ В МУ ПАО «НЛМК»

Фаустов Александр Николаевич

*магистрант,
Липецкий государственный
технический университет,
РФ, г. Липецк*

Цыганов Игорь Анатольевич

*канд. техн. наук, доц.,
Липецкий государственный
технический университет,
РФ, г. Липецк*

DEVELOPMENT OF TECHNOLOGY FOR HEAT TREATMENT OF PRODUCTS MADE OF 45, 40X, 40KH STRUCTURAL STEELS MANUFACTURED AT NLMK PJSC

Alexander Faustov

*Master's student,
Lipetsk state technical University,
Russia, Lipetsk*

Igor Tsyganov

*Candidate of Science, associate Professor,
Lipetsk State Technical University,
Russia, Lipetsk*

Аннотация. Создана модель технологии термической обработки изделий из конструкционных сталей 45, 40X, 40XH, изготавливаемых в муниципальном управлении ПАО «НЛМК». При этом использовались как экспериментальные данные режимов термообработки изучаемых сталей 45, 40X, 40XH и близких по химическому составу и так и из литературных источников. Созданная модель технологии термической обработки может быть использована на деталях, изготовленных из среднеуглеродистых сталей аналогичных по химическому составу. Математическая модель требует введение химического состава изучаемой стали, форму детали и ее размеры, твердость поверхности которую нужно получить после окончательной термообработки.

Abstract. A model of heat treatment technology for products made of 45, 40X, 40KHN structural steels manufactured in the municipal administration of NLMK PJSC has been created. At the same time, experimental data on the heat treatment modes of the studied steels 45, 40X, 40KHN and similar in chemical composition and from literary sources were used. The created model of heat treatment technology can be used on parts made of medium carbon steels with similar chemical composition. The mathematical model requires the introduction of the chemical composition of the steel under study, the shape of the part and its dimensions, the surface hardness to be obtained after final heat treatment.

Ключевые слова: математическая модель, конструкционная сталь, исследование, твердость, детали, термическая обработка, химический состав технология.

Keywords: mathematical model, structural steel, research, hardness, parts, heat treatment, chemical composition technology.

Технологии термообработки часто используются при производстве металлических изделий для того, чтобы значительно улучшить их качество и повысить механические и физические свойства.

Технологии термообработки стальных изделий совершенствуются с каждым днем, что позволяет улучшить качество машин и современных сложных механизмов.

Использование этой технологии при производстве деталей позволяет получать высококачественные комплектующие детали для станкостроения и инструментального производства.

В настоящее время термическая обработка является важным компонентом технологических процессов в различных отраслях промышленности, и ее использование позволяет снизить затраты на производство. Благодаря компьютерному моделированию были разработаны новые технологии термообработки конструкционных сталей, которые позволяют достичь желаемых свойств материала с минимальными затратами [3].

Термообработка не только улучшает механические свойства. Термообработка обычно также улучшает физические и физико-химические свойства стали.

Компьютерное моделирование позволило разработать технологии термообработки конструкционных сталей с минимальными затратами.

В настоящее время термическая обработка является важным компонентом технологических процессов в различных отраслях промышленности, и ее использование позволяет снизить затраты на производство. Благодаря компьютерному моделированию были разработаны новые технологии термообработки конструкционных сталей, которые позволяют достичь желаемых свойств материала с минимальными затратами [2].

Конечной целью данного исследования является разработка модели технологии термической обработки продукции из конструкционных сталей 45, 40X и 40XH, производимой в коммунальном хозяйстве ПАО «НЛМК». Для определения режимов термической обработки исследуемых сталей 45, 40X, 40XH и сталей аналогичного химического состава использовались экспериментальные данные и литературные источники [1].

Материалом исследования являются стали 45, 40X, 40XH и близкие по химическому составу углеродистые и конструкционные низколегированные стали. Содержание основных элементов исследуемых конструкционных сталей приведено в таблице 1. Диапазон изменения содержания основных химических элементов в сталях 45, 40X, 40XH приведен в таблице 2.

Таблица 1.

Химический состав основных элементов исследуемых сталей

Наименование химического элемента	Содержание элементов, % (вес.)	
	Min	Max
С	0,11	2,1
Другие элементы	0	2,5

Таблица 2.

Химический состав сталей 45, 40X, 40XH

Сталь	Химический состав сталей 45, 40X, 40XH								
	Fe, %	Углерод (C)	Никель (Ni)	Кремний (Si)	Медь (Cu), не более	Марганец (Mn)	Фосфор (P), не более	Хром (Cr)	Сера (S), не более
45	07	0.36–0.42	1.00–1.40	0.17–0.37	0.30	0.50–0.80	0.035	0.45–0.75	0.035
40X	97	0,36–0,44	Не более 0,3	0,17–0,37	Не более 0,30	0,50–0,80	Не более 0,035	0,80–1,10	Не более 0,035
40XH	96	0.36–0.42	1.00–1.40	0.17–0.37	0.50–0.80		0.035	0.45–0.75	0.035

Была создана модель технологии термической обработки изделий из конструкционных сталей. Главное окно программы (показанное на рисунке 1) разделено на две части: левая – для ввода данных, правая – вывода результатов.

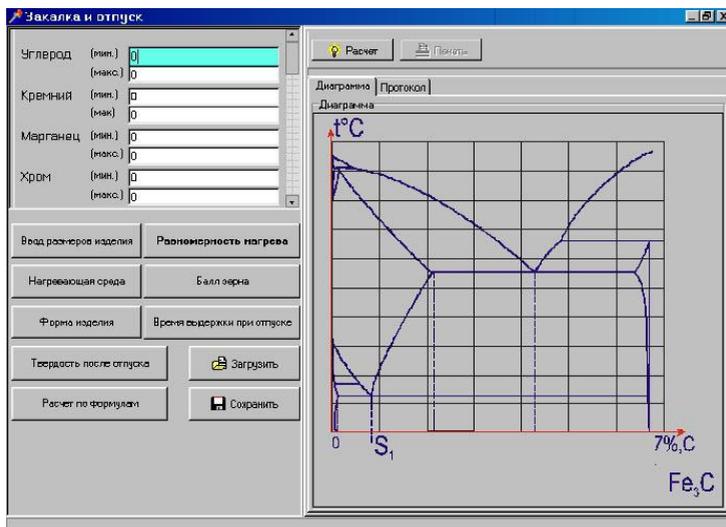


Рисунок 1. Окно программы

В левой части главного окна и в открытом диалоговом окне производится ввод данных. Левая часть главного окна поделена на верхнюю часть, в которой располагаются поля ввода содержания элементов в стали (минимальное и максимальное содержание) и нижнюю часть, кнопки для ввода дополнительных данных.

При вводе данных в поля формы программой реализован синтаксический контроль вводимых данных. В случае ввода значения не соответствующего синтаксису программа не позволит произвести других действий до тех пор, пока не будет исправлена ошибка ввода (например, дробные числа необходимо вводить через «запятую»).

После введения исходных данных переходим к расчету и печати полученных результатов. Правая сторона главного окна примет вид панели результатов. На панели в верхней части расположены две кнопки «Расчет» – для выполнения расчетов и «Печать» – распечатки результата расчета на принтере.

После выполнения вычислений на странице «Диаграмма» мы можем увидеть графическое изображение результата расчета (диаграмма), на которой красным цветом будет показана область, соответствующая состоянию стали (эвтектоидная, доэвтектоидная или заэвтектоидная).

Просмотреть промежуточные и итоговые результаты вычислений, можно перейдя на страницу «Протокол». В протокол расчета заносятся: содержание легирующих элементов, точка перлитного превращения (S_+), средние температуры эвтектоидного превращения (A_1) и начала превращения (A_3), полученное состояние стали и другие вводимые и рассчитанные значения.

Пример полученного протокола показан на рисунке 2. Если Вас устраивает результат расчета, Вы можете распечатать его на принтере. Для этого нажмите кнопку «печать» расположенную рядом с кнопкой «Расчет».

Если данные расчетов необходимы для дальнейшей работы или переноса на другой компьютер их можно сохранить, для этого в левой половине главного окна расположена кнопка «Сохранить».

Для исследования были взяты несколько марок конструкционных сталей. Расчетные данные были сопоставлены с экспериментальными. Исследования приведены в таблице 3.

```

<BEGIN>
Расчитываем среднее арифметическое элементов.
C :0,48000 Si:0,27000 Mn:0,85000
Cr:0,25000 Mo:0,00000 Ni:0,25000
V :0,00000 B :0,00000 Ti:0,00000
Cu:0,00000 Zr:0,00000 Al:0,00000
W :0,00000 Nb:0,00000 Co:0,00000
Be:0,00000 N :0,00000 P :0,04000
Se:0,04000 As:0,00000

Точка перлитного превращения (среднее содержание углерода в
эвтектоиде) S1: 0,801

Средняя температура начала эвтектоидного превращения A3: 792 °C
Средняя температура эвтектоидного превращения A1: 741 °C

Сталь по введенным элементам является доэвтектоидной.
Температура нагрева под закалку: 832 °C
Время нагрева под закалку: 5 мин
Время выдержки при температуре закалки: 1 мин
Общее время пребывания деталей в печи: 6 мин

Твердость после закалки: 62 HRC
Твердость после отпуски: 57 HRC
Предел прочности при растяжении : 1964 МПа

Идеальный диаметр прокаливаемости: 50 мм
Охлаждаем в масле

Температура начала мартенситного превращения, Mn: 354 °C

Делать обработку холодом не целесообразно.

Температура при отпуске: 285 °C

Время нагрева при отпуске: 43 минут
<END>
    
```

Рисунок 2. Протокол расчета

Таблица 3.

**Сравнение расчетных и экспериментальных данных
по температуре нагрева под закалку**

Марка стали	Температура нагрева под закалку, расчетная, °C	Температура нагрева под закалку, экспериментальная, °C
45	854	853
40X	834	845
40ХМФА	853	860
40ХН	791	795

Выводы

1. Изучено и освоено математическое моделирование термообработки процессов закалки и отпуска деталей из сталей 45, 40X, 40XH, и близких к ним по химическому составу конструкционных малоуглеродистых сталей, изготавливаемых в МУ ПАО «НЛМК».

2. Доделана и полностью оттестирована программа термической обработки конструкционных сталей. Проведен выбор режима термической обработки малоуглеродистых конструкционных сталей. Полученные данные при расчете по программе были сравнены с экспериментальными литературными данными.

3. Математическое моделирование учитывало размещение деталей в печи, их размеры и вид изделий.

4. Входные данные: химсостав деталей, параметры деталей, размещение изделий в печи, нужный балл зерна и необходимая твердость полученных изделий.

5. Выходными параметрами являются температура и время нагрева под закалку, охлаждающая среда, температура и время выдержки при отпуске.

Список литературы:

1. Горбунов, Д.И. Горбунов, И.А. Цыганов, И.П.. Моделирование технологии процессов термообработки стали в металлургии. Современная металлургия нового тысячелетия сборник научных трудов II международной научно-практической конференции. – Липецк: ЛГТУ, 2016. С. 124–127.
2. Горбунов Д.И., Кузенков С.Е, Горбунов И.П., Колыхалова Е.А. Компьютерное моделирование термообработки стали. Современная металлургия нового тысячелетия: сборник докладов. Часть 1. – Липецк, ЛГТУ, 2013. – С. 110–118.
3. Иванников, Е.В.. Горбунов Д.И., Горбунов И.П. Компьютерное моделирование термической и химико-термической обработки. Учебное пособие. Липецк: ЛГТУ, 2002. 80 с.

1.2. ТРАНСПОРТ

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИКИ ПОЕЗДА НА ПРЯМЫХ И КРИВЫХ В ПРОФИЛЕ УЧАСТКАХ ПУТИ

Комаровский Никита Владимирович

аспирант,

Белорусский государственный

университет транспорта,

Беларусь, г. Гомель

MATHEMATICAL MODELING TRAIN DYNAMICS ON STRAIGHT AND CURVED SECTIONS OF TRACK PROFILE

Nikita Komarovsky

Postgraduate student,

Belarusian State University

of Transport,

Belarus, Gomel

Аннотация. Основной целью исследования является оценка влияния кривизны пути в профиле на динамику подвижного состава. Для этого поставлены задачи: исследование факторов, оказывающих влияние на устойчивость движения грузовых поездов, а также выявление причин их поломок и повреждений. Создание математических моделей и алгоритмов, описывающих движение поездов с учетом специфики рельсового пути. Разработка математической модели, учитывающей расстояния между вагонами. Проведение теоретических исследований для оценки прочностных характеристик, устойчивости и динамических параметров движения при электродинамическом торможении, а также формулирование рекомендаций для повышения безопасности движения. Определение продольных динамических сил, действующих на грузовой поезд, основанное на экспериментальных данных, и сопоставление результатов с расчетными теоретическими и нормативными показателями. В ходе исследования были задействованы статические, аналитические и экспериментальные методы. Теоретические исследования основывались на

принципах Даламбера, также использовалось программное обеспечение MSC Adams (автоматический динамический анализ механических систем). Эксперименты проводились как в лабораторных, так и в производственных условиях.

Abstract. The main purpose of the research is to assess the influence of track curvature in the profile on the rolling stock dynamics. For this purpose the following tasks are set: research of factors influencing the stability of freight trains, as well as identifying the causes of their breakdowns and damage. Creation of mathematical models and algorithms describing the movement of trains taking into account the specifics of the rail track. Development of a mathematical model that takes into account the distances between cars. Conducting theoretical studies to evaluate the strength characteristics, stability and dynamic parameters of motion under electrodynamic braking, as well as formulating recommendations to improve traffic safety. Determination of longitudinal dynamic forces acting on a freight train, based on experimental data, and comparison of the results with calculated theoretical and regulatory values. The study involved static, analytical and experimental methods. Theoretical studies were based on D'Alembert's principles, and MSC Adams software (automatic dynamic analysis of mechanical systems) was also used. The experiments were carried out both in laboratory and production conditions.

Ключевые слова: торможение, подвижной состав, путь.

Keywords: braking, rolling stock, track.

В современном мире особое внимание уделяется созданию и совершенствованию конструкций железнодорожного подвижного состава для повышения их динамических характеристик и скорости движения, при этом обеспечивая безопасность и надежность. В развитых странах активно разрабатываются и моделируются локомотивы нового поколения с учетом таких параметров, как скорость, масса и длина, что позволяет достичь технико-экономической эффективности в их эксплуатации. Увеличение объемов грузовых и пассажирских перевозок на железнодорожном транспорте напрямую связано с устойчивой работой поездов в различных режимах. Поэтому важным аспектом является оптимальный выбор силы тяги и электродинамического торможения локомотива, а также снижение продольных динамических сил при движении поезда по наклонным участкам.

Научные исследования и технические работы в области проектирования подвижного состава сосредоточены на разработке и улучшении методов теоретических расчетов и экспериментальных исследований.

Улучшение динамических характеристик и технико-экономических показателей является приоритетом в данной области. Таким образом, разработка рекомендаций по повышению динамических качеств и оценке продольных динамических сил, возникающих при движении грузового подвижного состава по различным участкам пути, а также обеспечение безопасности перевозок путем повышения устойчивости становится важной и актуальной задачей [1].

Математическая модель была реализована с использованием программного обеспечения MSC.ADAMS, что позволяет проводить оценку продольной динамики поезда в зависимости от массы, длины вагонов и расстояний между автосцепками. На этапе подготовки первоначальных данных и моделирования различных состояний сжатого или растянутого поезда есть возможность регулировать зазоры, что упрощает процесс расчетов и увеличивает их точность.

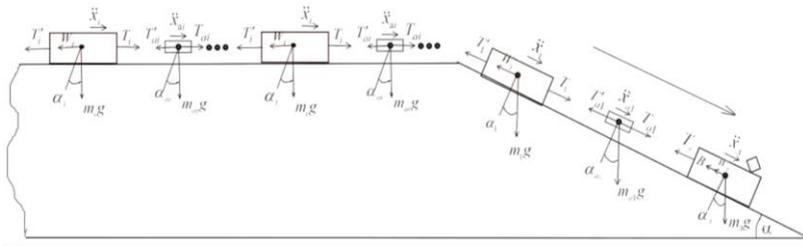


Рисунок 1. Схема спуска с уклона модели поезда с одним локомотивом

Согласно схеме, (рис. 1) математическое описание движения поезда выражается в виде системы уравнений равновесия [2-4]

$$\begin{cases} m_l \ddot{x}_l + W_l + B_l - m_l g \sin \alpha_l = 0; \\ m_{ai} \ddot{x}_{ai} - T_{ai} + T'_{ai} - m_{ai} g \sin \alpha_{ai} = 0; \quad i = 1, 2, \dots, n; \\ m_i \ddot{x}_i + W_i - T_i + T'_i - m_i g \sin \alpha_i = 0; \quad i = 1, 2, \dots, n, \end{cases} \quad (1)$$

где m_l, m_{ai}, m_i – масса локомотива, автосцепок i -го межвагонного соединения и i -го вагона соответственно ($i = 1, \dots, n$); $\ddot{x}_l, \ddot{x}_{ai}, \ddot{x}_i$ – продольные ускорения локомотива, автосцепок i -го межвагонного соединения и i -го вагона; W_l, W_i – основные силы сопротивления движению локомотива и i -го вагона; T_l, T_i, T'_i – силы, действующие на поглощающие аппараты локомотива и i -го вагона; T_{ai}, T'_{ai} – силы,

действующие на автосцепные устройства i -го межвагонного соединения; B_n – сила электродинамического торможения и тяги локомотива; g – ускорение свободного падения; $\alpha_n, \alpha_{ai}, \alpha_i$ – уклон пути, по которому движется локомотив, автосцепки i -го межвагонного соединения и i -й вагон; n – количество вагонов в составе поезда.

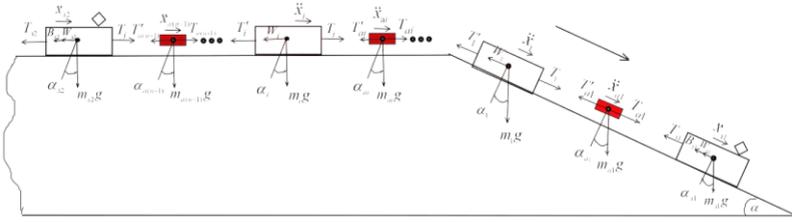


Рисунок 2. Схема спуска с уклона модели поезда с двумя локомотивами

Математическое описание спуска поезда (рис. 2) согласно схеме выражается в виде следующей системы уравнений равновесия

$$\left. \begin{aligned} m_{л1} \ddot{x}_{л1} + W_{л1} + T_{л1} + B_{л1} - m_{л1} g \sin \alpha_{л1} &= 0; \\ \left. \begin{aligned} m_{ai} \ddot{x}_{ai} - T_{ai} + T'_{ai} - m_{ai} g \sin \alpha_{ai} &= 0; \\ m_i \ddot{x}_i + W_i - T_i + T'_i - m_i g \sin \alpha_i &= 0; \end{aligned} \right\} i = 1, 2, \dots, n; \\ m_{a(n+1)} \ddot{x}_{a(n+1)} - T_{a(n+1)} + T'_{a(n+1)} - m_{a(n+1)} g \sin \alpha_{a(n+1)} &= 0; \\ m_{л2} \ddot{x}_{л2} + W_{л2} - T_{л2} + B_{л2} - m_{л2} g \sin \alpha_{л2} &= 0, \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

где $m_{л1}, m_{л2}, m_{ai}, m_i, m_{a(n+1)}$ – масса локомотива, автосцепки i -го межвагонного соединения и i -го вагона соответственно ($i = 1, 2, \dots, n$); $\ddot{x}_{л1}, \ddot{x}_{ai}, \ddot{x}_i, \ddot{x}_{л2}, \ddot{x}_{a(n+1)}$ – продольные ускорения локомотива, автосцепки i -го межвагонного соединения и i -го вагона; $W_{л1}, W_i, W_{л2}$ – силы основного сопротивления движению локомотива и i -го вагона; $T_{л1}, T_{л2}, T_i, T'_i$ – силы, действующие на поглощающие аппараты локомотива и i -го вагона; $T_{ai}, T'_{ai}, T_{a(n+1)}, T'_{a(n+1)}$ – силы, действующие на автосцепные устройства i -го межвагонного соединения; $B_{л1}, B_{л2}$ – сила электродинамического тормоза локомотива; g – ускорение свободного падения; $\alpha_{л1}, \alpha_i, \alpha_{ai}, \alpha_{л2}, \alpha_{a(n+1)}$ – уклон пути, по которому движется локомотив, автосцепки i -го межвагонного соединения и i -й вагон; n – количество вагонов в составе поезда.

В программном комплексе MSC Adams создана модель поезда (рис. 3), движущегося по прямому и наклонному пути. Локомотив и вагоны моделировались упрощенно, представляют собой твердые тела. Межвагонные соединения моделировались с использованием упруго-диссипативной связи, имитирующей работу автосцепного устройства.

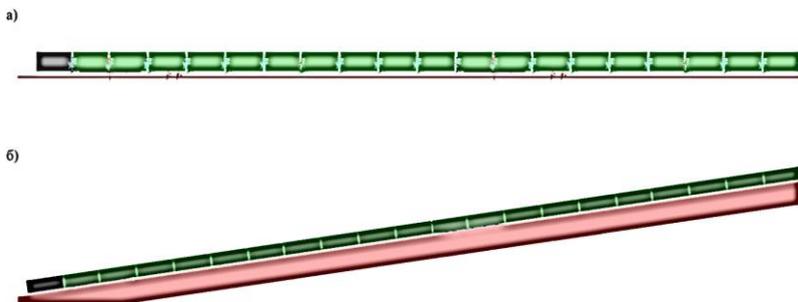


Рисунок 3. Компьютерная модель поезда в MSC ADAMS

Проверка, проведенная на основе теоретических исследований с использованием разработанной математической модели, показала высокую степень соответствия данных, полученных в результате экспериментов. Точность сравнения составила 97% между результатами исследования и расчетами, выполненными в программном обеспечении MSC.ADAMS.

Список литературы:

1. Блохин Е.П., Манашкин Л.А. Динамика поезда (нестационарные продольные колебания). – М.: Транспорт, 1982. – 222 с.
2. Юлдашов А.А., Соболева И.Ю., Галимова Ф.С. Оценка продольной динамической силы грузового поезда при использовании электродинамического торможения в условиях эксплуатации Ангрен – Пап // Железнодорожный транспорт: актуальные задачи и инновации. – 2022. – № 2. – С. 141 – 148.
3. Галай Э.И., Инагамов С.Г., Юлдашов А.А. Оценка работы тормозного оборудования грузовых вагонов на участке Ангрен – Пап АО «Узбекские железные дороги» // Механика. Исследования и инновации. – 2020. – № 13. – С. 47–54.
4. Шимановский А.О., Сахаров П.А., Коваленко А.В. Моделирование продольной динамики поезда в средепрограммного комплекса MSC.ADAMS // Актуальные вопросы машиноведения. –2018. – Вып. 7. – С. 75–78.

ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ НАУКИ

РАЗДЕЛ 2.

МЕХАНИКА

2.1. МЕХАНИКА ДЕФОРМИРУЕМОГО ТВЕРДОГО ТЕЛА

УСТОЙЧИВОСТЬ ГОРИЗОНТАЛЬНОЙ ПОДЗЕМНОЙ ВЫРАБОТКИ КРУГОВОГО СЕЧЕНИЯ С УЧЕТОМ УПРУГОПЛАСТИЧЕСКИХ СВОЙСТВ МАССИВА ГОРНЫХ ПОРОД

Журавков Михаил Анатольевич

*д-р физ.-мат. наук, проф.,
Белорусский государственный университет,
Беларусь, г. Минск*

Замжицкая-Чигарева Юлия Анатольевна

*канд. физ.-мат. наук,
Белорусский государственный университет,
Беларусь, г. Минск*

STABILITY OF HORIZONTAL UNDERGROUND WORKING OF CIRCULAR CROSS-SECTION WITH ELASTIC-PLASTIC PROPERTIES OF ROCK

Michael Zhuravkov

*Doctor of Physical
and Mathematical Sciences, Professor,
Belarusian State University,
Belarus, Minsk*

Yuliya Zamzhitskaya-Chigareva

*Candidate of Physical
and Mathematical Sciences,
Belarusian State University,
Belarus, Minsk*

Аннотация. Устойчивость подземных выработок рассматривается как сохранение геометрической формы подземной выработки под действием горного давления. Упругопластическая устойчивость связана с возможностью реализации пластического состояния в массиве горных породы в окрестности выработки. Область вблизи контура выработки является наиболее опасной с точки зрения потери устойчивости вследствие энергонасыщенности такой области и концентрации больших напряжений в ней. Реальные выработки имеют «неидеальные» поверхности с большими неровностями, которые являются дополнительными концентраторами напряжений. Обычно флуктуация геометрии контура выработки задается в виде некоторых флуктуирующих функции периодического или квазипериодического типа. При этом контур выработки потерявший устойчивость остаётся гладким и описывается дифференцируемыми функциями. В реальных условиях контуры выработок все же не являются гладкими. В работе рассмотрен контур, описываемый фрактальной функцией, типа функции Вейерштрасса. Вычислены напряжения, возникающие в окрестности выработки и представляющие собой сумму средних напряжений и среднеквадратичных отклонений флуктуаций напряжений. Пластичность описывается критерием типа теории течения.

Abstract. The stability of underground cavities is described as the preservation of the geometric shape of the underground cavities under rock pressure. Elastic-plastic stability is associated with the possibility of realization of plastic state in the rock mass in the vicinity of cavity. The area near the cavity contour is the most dangerous in terms of stability loss due to its energy saturation and concentration of high stresses therein. Real cavities have “non-ideal” surfaces with large irregularities, which are additional stress raisers. Usually, the fluctuation of the geometry of the cavity’s contour is defined as some fluctuating functions of periodic or quasi-periodic type. Herewith, the cavity’s contour that has lost stability remains smooth and is described by differentiable functions. In real conditions, however, the cavity’s contours are not smooth. The paper considers a contour described by a Weierstrass fractal function. The stresses occurring in the vicinity of the cavity’s contour, which are the sum of the average stresses and the standard

deviations of the stress fluctuations, have been calculated. Plasticity is described by a flow theory type criterion.

Ключевые слова: упругопластическая устойчивость, фрактальный контур, напряжение, деформация, потеря устойчивости, гладкий контур выработки, критическая сила.

Keywords: elastic-plastic stability, fractal contour, stress, strain, loss of stability, smooth working contour, critical force.

Уравнения равновесия в цилиндрической системе координат с осью Z, совпадающей с осью цилиндрической выработки, имеют вид [1-7]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \tau_{r\theta}}{\partial \theta} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} &= 0, \\ \frac{\partial \tau_{r\theta}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \tau_{r\theta}}{\partial \theta} + \frac{2\tau_{r\theta}}{r} &= 0 \end{aligned} \quad (1)$$

Предельное состояние выработки определяем условием пластичности вида:

$$f(\sigma_r, \sigma_\theta, \tau_{r\theta}) = K. \quad (2)$$

Вследствие того, что выработка является концентратором напряжений, пластическая зона может возникать только в окрестности контура выработки.

В случае изотропной однородной среды и осесимметричного нагружения, граница между упругой и пластической зонами представляет собой окружность с центром, совпадающим с центром окружности радиуса $r_0 > \alpha + \sqrt{D}$, где D – дисперсия шероховатости контура выработки, $\langle r \rangle = \alpha$

$$D = \langle r'(\theta_1) r'(\theta_2) \rangle, r'(\theta) = r(\theta) - \langle r \rangle = r(\theta) - \alpha.$$

Пусть в рассматриваемом случае условие пластичности (2) имеет следующий вид [1-5]:

$$\max\{|\tau_n| - (\sigma_n + H)\operatorname{tg}\beta_1\} = 0, \quad (3)$$

где β_1 – угол внутреннего трения породы, $H = K \operatorname{ctg}\beta$, K – коэффициент сцепления.

Ассоциированный закон течения для критерия (2) имеет вид:

$$\varepsilon_{i,j} = \lambda \frac{\partial f}{\partial \sigma_{i,j}}. \quad (4)$$

Полные напряжения и деформации складываются из упругих и пластических, которые обозначаем, соответственно, буквами e и p .

Решение упругопластической задачи об устойчивости выработки в невозмущенном состоянии обозначаем индексом «0».

$$\sigma_r^{(e)o} = \gamma h - \frac{\alpha_2(H+p)\beta_0^{\alpha_2+2}}{2} \frac{1}{r^2} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \sigma_\theta^{(e)o} &= \gamma h - \frac{\alpha_2(H+p)\beta_0^{\alpha_2+2}}{r^2} \frac{1}{r^2} \\ \tau_{r\theta}^{(e)o} &= 0, U_r^{(e)o} = \frac{1}{2G} r \left[\frac{\alpha_2(H+p)\beta_0^{\alpha_2+2}}{2} \frac{1}{r^2} + \gamma h(1-2\nu) \right] \\ U_\theta^{(e)o} &= 0 \\ \sigma_r^{(p)o} &= -H + (H+p)r^{\alpha_2}; \sigma_\theta^{(p)o} = -H + \alpha_1(H+p)r^{\alpha_2} \\ \tau_{r\theta}^{(p)o} &= 0, U_r^{(p)o} = \frac{\mu\beta_0^{1+\alpha_1}}{r^{\alpha_1}}, U_\theta^{(p)o} = 0, \\ \beta_0^{1+\alpha_2} &= \frac{2(\gamma h + H)}{(1+\alpha_1)(H+p)} \\ \alpha_1 &= \frac{1 + \sin \rho_1}{1 - \sin \rho_1}, \alpha_2 = \frac{2 \sin \rho_1}{1 - \sin \rho_1}, \\ \mu &= \frac{1}{2G} [\sin \rho (\gamma h + H) + \gamma h(1-2\nu)] \end{aligned} \quad (6)$$

где γ – плотность горной породы, h – глубина расположения выработки.

Под устойчивостью выработки в плоскости ее сечения понимаем потенциальную возможность существования контура, отличного от окружности $r = a$.

С точки зрения такого определения, необходимо найти условия, при которых возможна бифуркация контура, т.е. может существовать смежная форма контура

$$r = 1 + \delta f(\theta), \quad (7)$$

где δ – малый безразмерный параметр.

Рассмотрим случай флуктуаций контура в виде функции Вейерштрасса

$$f(\theta) = \sum_{n=0}^{\infty} A^n \cos(B^n \pi \theta), \quad (8)$$

где $0 < A < 1$, а произведение $A \cdot B$ достаточно велико.

График функции Вейерштрасса представляет собой бесконечно изломанную, непрерывную, но негладкую линию, что соответствует природным объектам.

В соответствии с представлением (8) решения ищем в таком виде:

$$\begin{aligned} \sigma_r &= \sigma_r^0 + \delta \tilde{\sigma}_r, & \sigma_\theta &= \sigma_\theta^0 + \delta \tilde{\sigma}_\theta, \\ \tau_{r\theta} &= \tau_{r\theta}^0 + \delta \tilde{\tau}_{r\theta}, & U_r &= U_r^0 + \delta \tilde{U}_r, \\ & & U_\theta &= U_\theta^0 + \delta \tilde{U}_\theta, \end{aligned} \quad (9)$$

где $\tilde{U}, \tilde{\sigma}_{ij}$ – возмущения соответствующих величин.

Для возмущенного состояния граничные условия представляем следующим образом:

$$\tilde{\sigma}_r + \frac{\partial \sigma_r^0}{\partial r} \tilde{U} = 0, \quad \tilde{\tau}_{r\theta} - (\sigma_\theta^0 - \sigma_r^0) \frac{\partial \tilde{U}}{\partial \theta} = 0. \quad (10)$$

При $r \rightarrow \infty$ все флуктуации стремятся к нулю. Это естественное условие ограниченности зоны влияния граничных условий. Считаем, что при достижении нагрузки предельного значения в окрестности выработки появляется пластическая зона радиуса r_0 и упругая зона при $r > r_0$. Граница пластической зоны неизвестна, но на ней должны выполняться условия сопряжения:

$$\tilde{\sigma}_r^{(p)} = \tilde{\sigma}_r^{(e)}, \quad \tilde{\tau}_{r\theta}^{(p)} = \tilde{\tau}_{r\theta}^{(e)}, \quad U_r^{(p)} = U_r^{(e)}, \quad U_\theta^{(p)} = U_\theta^{(e)} \quad \text{при } r = r_0. \quad (11)$$

Известно [1-7], что устойчивость по линейному приближению при $r = \beta_0$ требует линеаризации нелинейных уравнений. В рассматриваемом случае это относится к условиям пластичности и ассоциированному закону течения. Возмущенное состояние в пластической области в линейном приближении определяется уравнениями, получаемыми из системы (1), (2):

$$r^2 \frac{\partial \tilde{\tau}_{r\theta}^{(p)}}{\partial r^2} + (3 - \alpha_2) r \frac{\partial \tilde{\tau}_{r\theta}^{(p)}}{\partial r} - \alpha_1 \frac{\partial^2 \tilde{\tau}_{r\theta}^{(p)}}{\partial \theta^2} - 2\alpha_2 \tilde{\tau}_{r\theta} = 0 \quad (12)$$

$$\frac{\partial \tilde{U}_r}{\partial r} + \alpha_1 \left[\frac{1}{r} \frac{\partial \tilde{U}_\theta^{(p)}}{\partial \theta} + \frac{\tilde{U}_r^{(p)}}{r} \right] = 0 \quad (13)$$

$$\frac{\partial U_{\theta}^{(p)}}{\partial r} - \frac{\tilde{U}_{\theta}^{(p)}}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \tilde{U}_0^{(p)}}{\partial \theta} = \frac{(1+a_1)\mu p_0^{1+\alpha_1}}{\alpha_2(H+p)r^{2\alpha_1}} \tilde{\tau}_{r\theta}. \quad (14)$$

Решения уравнений (12) – (14) записываем в виде:

$$\begin{aligned} \tilde{\sigma}_r^{(p)} &= \frac{1}{\alpha_1 r} [C_1 + \alpha_1 C_2 r^{\alpha_2}] \sum_{n=0}^{\infty} A^n \cos(B^n \pi \theta) \\ \tilde{\sigma}_{\theta}^{(p)} &= \frac{1}{r} [C_1 + \alpha_1 C_2 r^{\alpha_2}] \sum_{n=0}^{\infty} A^n \cos(B^n \pi \theta) \\ \tilde{\tau}_{\theta}^{(p)} &= \frac{1}{r} [C_1 + C_2 r^{\alpha_2}] \sum_{n=0}^{\infty} A^n \sin(B^n \pi \theta) \\ \tilde{U}_r^{(p)} &= \left[\frac{\alpha_1 D_1}{r^{\alpha_1-1}} + \alpha_1 D_2 - \frac{\tilde{A} C_1}{r^{2\alpha_1}} + \frac{\tilde{A} C_2}{r \alpha_1 + 1} \right] \sum_{n=0}^{\infty} A^n \cos(B^n \pi \theta) \\ \tilde{U}_{\theta}^{(p)} &= \left[\frac{D_1}{r^{\alpha_1-1}} + \alpha_1 D_2 - \frac{\tilde{A} C_1}{r^{2\alpha_1}} + \frac{\tilde{A} C_2}{r \alpha_1 + 1} \right] \sum_{n=0}^{\infty} A^n \sin(B^n \pi \theta) \\ \tilde{A} &= \frac{\mu \beta_0^{1+\alpha_1}}{2\alpha_2(H+p)}, H = k \operatorname{tg} \rho \end{aligned} \quad (15) \quad (16)$$

где β_0 – безразмерный радиус пластичной зоны.

Константы C_1, C_2, D_1, D_2 находятся из граничных условий.

Флуктуации напряжений и перемещений в упругой области могут быть представлены так:

$$\begin{aligned} \tilde{\sigma}_r^{(e)} &= -\frac{2\tilde{B}}{r^3} \sum_{n=0}^{\infty} A^n \cos(B^n \pi \theta), \\ \tilde{\sigma}_{\theta}^{(e)} &= 2\frac{\tilde{B}}{r^3} \sum_{n=0}^{\infty} A^n \cos(B^n \pi \theta), \\ \tilde{\tau}_{r\theta}^{(e)} &= -\frac{2\tilde{B}}{r^3} \sum_{n=0}^{\infty} A^n \sin(B^n \pi \theta), \end{aligned} \quad (17)$$

$$\begin{aligned} \tilde{U}_r^{(e)} &= \frac{\tilde{B}}{2G} \frac{1}{r^2} \sum_{n=0}^{\infty} A^n \cos(B^n \pi \theta), \\ \tilde{U}_{\theta}^{(e)} &= \frac{\tilde{B}}{2G} \frac{1}{r^2} \sum_{n=0}^{\infty} A^n \sin(B^n \pi \theta), \end{aligned} \quad (18)$$

Здесь \tilde{B} – произвольная постоянная, которая определяется из условий сопряжения на границе упругой и пластичной зон.

Считая, что в установившемся состоянии граница упругой зоны находится в равновесии, находим, что $C_1 = 0$. Подставляя выражения

для флуктуации напряжений и перемещений в упругой зоне (17), (18) и в пластической зоне (15), (16) в граничные условия (10) и в условия сопряжения (18), получаем алгебраическую систему четырех линейных однородных уравнений для определения произвольных постоянных C_2, D_1, D_2, \tilde{B} .

Условие существования ненулевых решений для однородной системы сводится к условию равенства нулю определителя данной системы, откуда получаем нелинейное уравнение относительно β_0 :

$$\alpha_1 \alpha_2 \mu \beta_0^{2+\alpha_2} + \alpha_1 \left[\frac{2\alpha_2 q}{1 + \alpha_1} - (1 + \alpha_1) \mu \right] \beta_0^{\alpha_2} - [2(\alpha_2 - \mu \alpha_1) + \alpha_2 q] = 0, \\ q = \frac{\gamma h + H}{G}. \quad (19)$$

При $\alpha_2 = 2$, уравнение (19) является биквадратным. Физический смысл имеет корень $\beta_0 \geq 1$.

Основные состояния в пластической и упругой областях определяются формулами (15)–(18). Из условия сопряжения на границе упругой и пластических зон $\sigma_r^{(e)o} = \sigma_r^{(p)o}$ получается выражение для критической нагрузки

$$P_{кр} = \frac{2(\gamma h + H) - \beta_0^{\alpha_2} (1 + \alpha_2) H}{(1 + \alpha_2) \beta_0^{\alpha_2}}. \quad (20)$$

Из формулы (20) следует, что критическая сила линейно растет с глубиной h , а зависимости от других параметров не имеют экстремальных значений, что соответствует достаточно плавной зависимости $P_{кр}$ от всех других величин. Отметим, что величина критической нагрузки, выражаемая формулой (20), не зависит от возможной формы контура, например, можно положить в формуле (7) $f(\theta) = D \cos K \theta$, которая является гладкой функцией.

Замечание. Изменение радиуса пластической зоны от глубины выработки может быть вычислено для конкретных данных [2].

Заключение

1. Рассмотрена задача нахождения критической силы при определении устойчивости породных масс в окрестности контура горизонтальной выработки с учетом упругопластических свойств окружающего массива горных пород.

2. Методом линеаризации соотношений упругопластической задачи получены уравнения, описывающие основное и возмущенное состояние породных масс в окрестности контура выработки.

3. Критическая сила находится из решения характеристического уравнения, коэффициенты которого зависят от физико-механических свойств, геометрии задачи, условия пластичности и глубины расположения выработки.

4. Получено, что критическая сила достаточно монотонна изменяется в зависимости от всех параметров задач и не имеет точек экстремумов.

Список литературы:

1. Godfrey D.E.R. Theoretical elasticity and plasticity for engineers / London: Thames and Hudson. – 1959. – 311 p.
2. Геомеханика в горном деле / Екатеринбург: Доклады научно-технической конференции. – 2012.
3. Друянов Б.А. Прикладная теория пластичности пористых тел // Москва: Машиностроение. – 1989. – 165 с.
4. Miklashevich, I.A. Variational Determination of the Crack Trajectory in Inhomogeneous Media / I.A. Miklashevich, A.V. Chigarev // International Journal of Fracture, vol. 111, no. 2, Kluwer Academic Publishers. – 2001. – P.29 – 34.
5. Никитин И.С. Определяющие уравнения полумикроскопических теорий вязкопластичности и пластичности для многоосного напряженного состояния / И.С. Никитин, Н.Г. Бурого // Актуальные вопросы машиноведения. – 2019. – №8.
6. Пестриков В.М. Механика разрушения твердых тел / В.М. Пестриков, Е.М. Морозов // Санкт-Петербург: Изд-во Профессия. – 2002. – 300 с.
7. Проблемы механики деформируемых тел и горных пород: сборник статей к 70-ти-летию Ершова Л.В. / Москва: Изд-во Московского горного университета. – 2001.
8. Ребецкий Ю.Л. О неустойчивости слоистых сред в условиях гравитационного напряженного состояния // Геология и геофизика. – 2014. Т.55–С. 1446–1454.
9. Разрушение горных пород и массивов: Сборник материалов конференции и школы молодых ученых и студентов / Екатеринбург: Изд-во УГТУ Екатеринбург. – 2023.
10. Хусу А.П. Шероховатость поверхностей / А.П. Хусу, Ю.Р. Витенберг, В.А. Пальмов // Москва: Наука. ФМЛ. – 1957. – 343 с.
11. Шемякин, Е.И. Основы механики прочности твердых тел и горных пород, в монографии Предельное состояние деформированных тел и горных пород // Москва: Физматлит. – 2008. – С. 605–658.

**НАУЧНЫЙ ФОРУМ:
ТЕХНИЧЕСКИЕ И ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ НАУКИ**

*Сборник статей по материалам LXXVIII международной
научно-практической конференции*

№ 10 (78)
Октябрь 2024 г.

В авторской редакции

Подписано в печать 07.10.24. Формат бумаги 60x84/16.
Бумага офсет №1. Гарнитура Times. Печать цифровая.
Усл. печ. л. 1,5. Тираж 550 экз.

Издательство «МЦНО»
123098, г. Москва, ул. Маршала Василевского, дом 5, корпус 1, к. 74
E-mail: tech@nauchforum.ru

Отпечатано в полном соответствии с качеством предоставленного
оригинал-макета в типографии «Allprint»
630004, г. Новосибирск, Вокзальная магистраль, 1



**НАУЧНЫЙ
ФОРУМ**
nauchforum.ru