

МЕТОД ДИНАМИЧЕСКОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ НА ПРИМЕРЕ ЗАДАЧИ О РЮКЗАКЕ

Коновалова Ирина Олеговна

магистрант, Тольяттинский государственный университет, РФ, г. Тольятти

Лелонд Ольга Владимировна

научный руководитель, канд. физ.-мат. наук, доцент, Тольяттинский государственный университет, РФ, г. Тольятти

Метод динамического программирования (ДП) представляет собой распространенный и качественный способ решения задач оптимизации. Он базируется на принципе выделения отдельных мелких подзадач из решаемой задачи и применения полученных результатов для нахождения оптимального решения всей задачи.

Главная характеристика метода ДП состоит в использовании промежуточных вычислений. Для систематизации полученных промежуточных результатов применяется такая организация данных, как упорядоченная последовательность, таблица или массив. Таким образом, предыдущие расчеты учитываются при рассмотрении текущей подзадачи, что приводит к существенному увеличению производительности.

Центральный смысл метода ДП состоит в том, что задача разделяется на более мелкие, более простые подзадачи, которые решаются по отдельности. При этом применяется принцип оптимальности, который заключается в том, что оптимальное решение возможно найти из оптимальных решений подзадач.

Методика решения задачи оптимизации с использованием принципа ДП включает в себя несколько шагов:

1. Определение архитектуры оптимального решения задачи. Это может быть последовательность, таблица или другая организация данных, где будут упорядочены результаты решения подзадач.
2. Формулировка циклического соотношения, которое связывает оптимальные решения полной задачи и ее подзадач. Это соотношение обычно построено на принципе оптимальности.
3. Разработка алгоритма для решения задачи, основанного на рекурсивном соотношении.
4. Реализация алгоритма и проведение расчетов с применением ДП.
5. Анализ полученных результатов, включая проверку корректности и оценку производительности алгоритма.

Одно из достоинств метода ДП – это возможность решения задач с экспоненциальным числом возможных комбинаций, рациональное заполнение памяти для хранения результатов, а также возможность применения для большого ассортимента задач оптимизации.

Метод ДП имеет отдельные ограничения. Данный метод применим только к задачам, которые можно разбить на более мелкие подзадачи. Кроме того, он требует значительного объема

расчетов и может быть непродуктивен в случае больших исходных данных.

В целом, метод ДП позволяет существенно оптимизировать продуктивность алгоритма, что делает его одним из наиболее популярных методов для решения таких задач.

Задача о рюкзаке – это широко известная задача комбинаторной оптимизации, которая состоит в том, чтобы заполнить рюкзак с ограниченной вместимостью предметами заданного веса и стоимости, получив при этом максимально возможную суммарную стоимость выбранных предметов.

Входные данные задачи о рюкзаке:

- список предметов, каждый из которых имеет определенный вес и стоимость;
- вес рюкзака, который ограничивает общий вес выбранных предметов.

Выходные данные задачи о рюкзаке:

- максимальная стоимость предметов, которые можно положить в рюкзак.

Основная идея решения задачи о рюкзаке состоит в применении метода ДП.

Шаги алгоритма решения задачи ДП:

1. Разработать двумерный массив $dp[n+1][w+1]$,

где n – количество предметов, имеющих вес $a_1, \dots, a_n$;

c_i – стоимость конкретного предмета;

w – вместимость рюкзака.

$dp[i][j]$ будет представлять максимальную стоимость выбранных предметов среди первых i предметов при ограничении по весу j .

2. Заполнить первую строку и первый столбец массива dp нулями, так как без выбранных предметов стоимость всегда равна нулю.

3. Для каждого предмета i от 1 до n и для каждой вместимости рюкзака j от 1 до w :

– если вес предмета i больше, чем текущая вместимость рюкзака j , то $dp[i][j] = dp[i-1][j]$ - не берем текущий предмет;

– иначе, $dp[i][j] = \max(dp[i][j], dp[i-1][j - a[i]] + c[i])$ - можем выбрать текущий предмет или не выбирать его.

4. Максимальная стоимость выбранных предметов будет находиться в $dp[n][w]$.

Вывод: Задача о рюкзаке решается с помощью ДП, где на каждом шаге выбирается, брать ли предмет или нет, и в итоге получается максимальная стоимость выбранных предметов при ограниченной вместимости рюкзака.

Список литературы:

1. Беллман Р. Динамическое программирование. // М.: Иностранная литература, 1960. 395 с.
2. Кремер Н. Ш., Путко Б. А., Тришин И. М. Исследование операций в экономике // учеб. пос. для вузов. М.: Банки и биржи, ЮНИТИ, 1997. 407 с.

