

РАСЧЁТ ВОЗРАСТАНИЯ ДЕНЕЖНОЙ СУММЫ С ПОМОЩЬЮ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

Пупко Демид Александрович

студент Самарского государственного экономического университета, РФ, г. Самара

Шур Владислав Андреевич

студент Самарского государственного экономического университета, РФ, г. Самара

Уфимцева Людмила Ивановна

научный руководитель, научный руководитель, к. физ.-мат. наук, профессор Самарского государственного экономического университета, РФ, г. Самара

Коновалова Мария Евгеньевна

?????? ???? , ??? ??? ????? , ????? ??? ? ????? ????????????? ????????? ? ??? ,
???????????????????????????????? . ???-???????????????????? , ???-????????????????????
???????????? ?????? ??????? ????????????? , ? ?????-?? ??????? ? ????????????? ??? ???
?????????? , ???
? ????? .

???????????????????????? , ??? , ???????
???????????????? : «???????????? , ????????? , ?????????????????????????????????
????????? ? ??????? ??????? ? ????????????????? ?????? ?????????????????????
?????????? , ??? , ?????????
??? ?????????????????? ?????????»

?? , ??? ?????-?? ?????????? ?????? ????????????? ?????? ?????? ?????????????? ?
????????? ?????????????? ????????? , ? ? ?????????????? ? ????????????? . ??? ?????????
???????? , ?? , ? ?????????? , ?????????????? ??????? ?????? ?????? ????????????????? ????? ?
?????? ????????????? ?????? — ?????????????????? ????????????? .

? ??? ? ?????????????? ?????????????? ?????????????? ?? ??? ? ? ?????? . ????? ?????
???????? — ? 1738 ????? , ?????? ?????????? ? ?????????????????? ??????? ????????? ??????

?????? ?????????????? ??????. ????? ????? ?????????, ??? ???????????????
???????? ??????? ?????????????? ????? ??? ????? ?????? (? ????????? ?????????? ?
????????????????? ?????????????????? ? ?????????? ??????????). ? ??? ?????
??—?1838
?????.??
?????????,??
????????????????? ?????????????????? ??????? ? ?????????????????? ??????????
????????????????????????? ??????.

?? ?? ?????? ???????, ??? ?????????????? ?????????????? ??????? ???????????????,
????????????? ? ??????????. ????? ??????????. ??????? ?????????????????? ?????????????? ?
????????????? ?? ?????????? ?????? ?????????????? ?????????? ??????????. ? ??????????????????
????????????????????? ?????????? ? ?????????????? ?????????? ?????????????? ??? ???????,
??(?????????,?????????????????,????????????????????,
??? ?????????????? ? ??.).

? ??????????? ?????? ?????????? ??????- ? ???????????????????, ??????????????
??
????????? ??? ?????? ?????????? ?????????? ? ?????????? ?????????????? ??????????????:
??,?????????????,????????????????????????????
????????? ?????????????? ?????????????????? ? ??., — ? ?????? ?????????? ? ?????????
??,??,????????????????????
??(????????????????????????????????
????????????????????? ?????????? ????? ?? ?????????????????).

? ?????? ?????????? ?????????? ?????????? ?? ?????????????????????????????? ??????????
????????????? ?????? ?????????? ?????????? ??? ??? ??????, ?????????????? ???????
????????????????? ?? ?????????????????? «?????????????», ??? ? ??? ?????????? ?????
?????????????????????. ? ?????????????,????????????????? ?? ?? ?????????? ?????? ?????????? ???
??????, ??? ?????????????????????????? ???????????.

??,????????????????????????????
?????? ?????????? ?????????????????? ? ?????????????????????? ?????????????????? ??????
????????????????????????? ??????.

????????????????????????? ?????????????? ?????????????? ???????????, ??????????????
????????????????? ?????????????? «X», ?????????? ?????? ?????????????? «Y» ? ??

??????????.

??? ???????? ?? ????????????????????? ?????????? (??? ??? ?????????
?????????????) ??????????? ????????, ??????????? ?? «X» ? ??????????????
?????????????, ???
??? ????????? ??????????? ?? ??????????? ???????????.

????????? ??????? ??????? «???????? ????????????????????? ??????????».
??? ????????? ??????????? ??????????????, ?????????? ? ??? ???????????.

??
????????? ??????????????? ?????????? ?? ??????? ??????????????????, ? ??????????
??
—??
??
??
??
????????? ? ?????????????????????????????????? ? ???.

??????? 1.

??
????????? ?????????????? 100r ?????????? ?????????????? ????. ??? ?????????? ?????????????
??
??? ??????????, ??? ?????????????? ?? ??? ?? ?????????????? ??????. ??? ????????? ??????
????? ?????????? ??? ?????????? ??? ? ?????? ??????????????????. ????? Y₀
????????????? ??????????? ?????????? ??????, ? Y_x — ?????????? ?????? ?? ??????????
x ????. ??? ? ? ?????????? ?????????????? ?????? ??? ? ???, ?? ?? ??????

$$Y_x + 1 = (1 + r)Y_x$$

??? x = 0, 1, 2, 3,... ??????, ??? ?????????? ?????????????? n ??? ? ???
? x ?????????? ?????????????????????? ?????????? 0, 1/n, 2/n, 3/n,..., ??????

$$Y_{x+1/n} = (1 + r/n)Y_x$$

?? ?????,

$$\frac{Y_{x+1/n} - Y_x}{1/n} = rY_x$$

$$\Delta x = 1/n$$

тогда, для любого x и Δx имеем:

$$\frac{Y_{x+\Delta x} - Y_x}{\Delta x} = rY_x$$

$$\frac{\Delta Y}{\Delta x} = rY_x$$

$$Y'_x = rY_x$$

Решим это дифференциальное уравнение с помощью метода разделения переменных. Перенесем Y_x в левую часть, а dx в правую:

$$\frac{dY_x}{Y_x} = r dx \rightarrow d \ln Y_x = r dx \rightarrow \int d \ln Y_x = \int r dx \rightarrow \ln Y_x = rx + C,$$

$$Y_x = e^{rx+C} \text{ или } Y_x = W e^{rx}, \text{ где } W = e^C$$

Найдем константу W , зная $Y(0) = Y_0$. Подставим $x=0$ в формулу: $Y_0 = W e^{r \cdot 0}$, откуда $W = Y_0$.

$$Y_x = Y_0 e^{rx}$$

Подставим $x=2$ в формулу: $Y_2 = Y_0 e^{2r}$.

Подставим значения $Y_0 = 100000$ и $r = 0.11$ в формулу: $Y_2 = 100000 \cdot e^{2 \cdot 0.11} = 124600$ руб.

$$Y_2 = 100000 \cdot 2,718^{2 \cdot 0.11} = 124600 \text{ руб.}$$

$$D' = qY_0 e^{kt}$$

$$\int D' = \int qY_0 e^{kt}$$

$$D = \frac{q}{k} Y_0 e^{kt} + C$$

$$\text{??? } t = 0, \quad D_0 = \frac{q}{k} Y_0 + C \rightarrow C = D_0 - \frac{q}{k} Y_0$$

$$D = \frac{q}{k} Y_0 (e^{kt} - 1) + D_0$$

??????, ???
 k , ??? ? ?????????????? ??????.

Список литературы:

1. Дифференциальные уравнения. Математика. Портал естественных наук. — [Электронный ресурс] — Режим доступа — URL: <http://e-science.ru/math/theory/?t=599> (дата обращения 30.11.2013)
2. Математика для экономистов. Задачник. Учебно-практическое пособие. / Под ред. Макаров С.И., Мищенко М.В. — М-Кнорус, 2008. — 360 с.
3. Математические модели финансовых операций. Учебное пособие. / Под ред. С.И. Макаров, Б.П. Чупрынов — Самара, изд-во СГЭА 2005. — 136 с.
4. Репин О.А., Уфимцева Л.И., Экономические задачи в общем курсе высшей математики. Методическая разработка для студентов 1 курса. — Куйбышев, 1984. — 24 с.