

## РЕШЕНИЕ МАТРИЧНЫХ ИГР

**Кузнецова Ксения Евгеньевна**

студент, ФГБОУ ВПО Северо-Восточный государственный университет, РФ, г. Магадан

**Гиберт Вера Григорьевна**

научный руководитель, доц. Северо-Восточного государственного университета, РФ, г. Магадан

??  
?????????, ? ??????? ?????????? ??? ? ????? ???????, ??????? ?????????????  
??  
?????????????????????????????. ??????? ?????????? ??????? ??????? ?????????? ?????????????  
????????????????????????,????????????????,????????????????.????????????????????????  
??,????????????????????  
??,????????????????????  
??,????????????????????  
????????, ??? ??? ??? ?? ?????? ?????????? ?????????? ?????????? ?????????? ?????????,????????????????????????????????,????????????????????????,????????????????????????  
??  
????????????,??.????????????????????????????????????  
?? ?????????? ?, ??? ??? ??????? ?? ?????????? ?????????????????????????.

????????????? ?????????? ????????. ?????????????????? ??????? ?????????? ??????????  
?????????.????????????????? ?????????? ?????????? ?????????? ?????????? ?????????? ??????.?????  
?????????,?????????????????????????.?????,??  
????????? ??????, ?????????? ??????????.

?????????????????, ?? ??? ?????? ??????? ?????????? ??? ??????????:

1) ??????????.

2) ??????????.

3) ??? ??? ?????.

4)

?????????????

5) ???????.

6) ???????????.

? ???? ??????? ?? ?????????????? ?????? ??????? ?????? ??? — ???????????.

??-  
????????? ???? ???? ???? ???? ???? ???? ???? ???? ????.

????????????? ?????.

???????????????, ?????????????????? 2???????, ????????????????????  
????? ???? ???? ?????. ??? ???? ???? ???? ?? ? ? A ? B.  
???????????, ??? ???? ? ??? m ????????, ? ??? B — n ????????.  
????? ???? ???? ? ?? ???? ???? ? ?? ? ???? ???? ?ik ???? ?????.  
????? Bik ??? ??????????. ????? ??? ?? ?????? ?????? ?????? aik, ????????.  
?? ???? ???? ????????, ?? ?? ???? ?????? ?????? ? ??? ??????.

$$\begin{pmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{m1} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}$$

?????????? ?????? ?????? ?????? m x n ? ?????????? ?????? ?????? ?????? ?  
????????? ???????.

????????? 1.

????????? ???? ? ? B ??? ?????????????? ??????????????

????? A

????? B

?????? ???

? ??????? ??????? ??????? ? ??????? ?????????? ?????????? ?????????? ?????????? ?????????? ? ???????

???????. ?????????? ?????? ?????????????? ? ??????. ?????????? ?????? ?????? ?????? ?????? ??????

????? ?????????? ?????? ?????????? ?????????????? ?????????????? ?????? ?????? ?????? ??????

$$a = \max_i \min_k a_{ik}$$

$$\beta = \min_k \max_i a_{ik}$$

????? ?????? ? ?????? ?????????????? ?????????? ?????? ?????? ? ?????? ?????? ??????????????

?????????, ?? ??? ?????? ?????????? ?????? ? ??????????, ?? ??? ?????? ??????????

????? ? ?????????????? ???????, ?? ?????? ?. ?????? ? ?????????????? ??????????, ??

????????????????????????????? ?????? ?????? ? ?????? ? ?????????????? ??????

????????? ?????????? ?????? ?, ?????????????????? ?????????? ?????????? ??????????

????????? ??????????, ? ?????????? ?<sub>i0</sub> —????????? ?????????? ?????????? ??????

????????????? ?????????? ?????? ?.

?????=?, ?? ?????????? ?????????????? ??????????????, ?? ?????? ?? ?????????? ??

?????????????????, ??????????????????. ?????????????????? ??????????????????????????

????? ????, ?? ?????? ?????????? ?????????????? ?????? ?????? ?????????????? ?.

? ?????? ??? ?<, ??? ?????? ?????????? ? ?????????????? ??? ? ?????? ? ??????

????????? ? ?????????? ??????????.

????????? ?????????? — ??? ?????????? ??????????, ?????????? ??????????

????????? ?????????? ??????. ?????????? ?????????? ?????????? ?????????? ??????????

????????? ?????????? ?????????? ?????????? ?????????? ?????????? ?????????? ??????????.

????????? ?????? m x n.

$$\begin{pmatrix} a_{11} & \dots & a_{1n} \\ \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}$$

$$\text{????? ?????? ?????????? ?????? ? ?????? 1. } \sum_{i=1}^m p_i = 1$$

$$\text{????? ?????? ?????????? ?????? ? ?????? 1. } \sum_{k=1}^m q_k = 1$$

????? 2 ????? P={p<sub>1</sub>, p<sub>2</sub>, ..., p<sub>m</sub>} ? Q={q<sub>1</sub>, q<sub>2</sub>, ..., q<sub>n</sub>} ?? ????????????? ?  
????????? ?????????? ??????????.

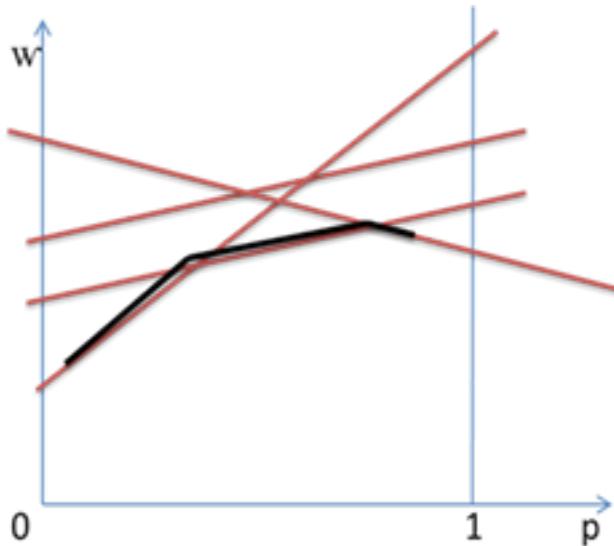
????????? ?=H<sub>A</sub>(P<sup>0</sup>,Q<sup>0</sup>) ??????? ?????? ????. ? ????? (P<sup>0</sup>, Q<sup>0</sup>, ?),  
????????? ?????????? ?????????? ????.

????? ?????? ?????? ????.

????? 2 x n.

$$\begin{pmatrix} a_{11} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & \dots & a_{2n} \end{pmatrix}$$

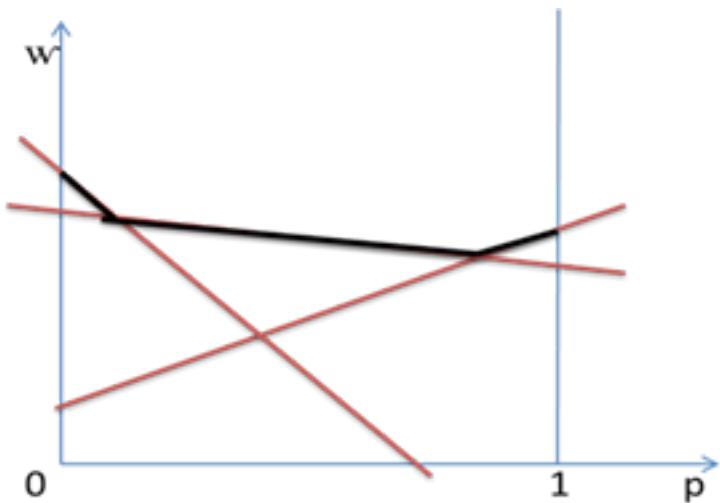
????????? ??? ????? ? ?????? ?????????? ?????????? P={p,1-p}, ?  
????? ? ?????? ?????????? k=1,2,...,n. ????? ?????? ?????? ?????? ? ?  
????????? {P,k} ?????????? ????? w=a<sub>ik</sub>p+a<sub>2k</sub>(1-p), ?? ?????????? ???  
????????? ?????????? ??????, ??? ????? ?????? ?????? ?????? ?????????? ?????? ?  
????????????? ??? ??????. ?????? ?? ?????????? (p,w) ?????? ??? ??????  
w=a<sub>ik</sub>p+a<sub>2k</sub>(1-p), k=1,2, ..., n. ????? ?? ?????? ?? ?????????? ???  
????????????? ? ?????????? ?????????? ???????. ? ?????????? ??????  
????????????????,??.  
????? ?????? ?????????? ?????? ?????? ???????. ?????? ?????? ?????? ??????  
????????? ??? ??? ??? — ? ? ?????????? ??? ?????? ??? ? — P<sup>0</sup>={p<sup>0</sup>,1-p<sup>0</sup>}.  
}



?????  $m \times 2$ .

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} \end{pmatrix}$$

?????  $Q = \{q, 1-q\}$  — ?????????????? ?????????? ?????????? ?????? ?. ????  
????? ? ??????????  $i$ -? ?????? ??????????,  $i=1,2, \dots, m$ , ?? ?????? ??????  
????? ? ? ??????????  $\{I, Q\}$  ?????? ?????  $w = a_{i1}q + a_{i2}(1-q)$ ,  $i=1,2, \dots, m$ . ??????????  
????? ??????, ?? ?????? ?????? ?????????????? ??????????. ? ??????????  
????????????????—?????????????????. ??????????????????????????????????????  
?????????????????  $q^0$ , ?????????????? ?????????????? ?????????????? ??????????????  
?????  $B$ , ? ??????????  $w^0$  — ????



?????  $m \times n$ .

????? ?????? ?????? ?????????? ??? ?????? ?????? ?????? ? ?????? ??????  $2 \times n$   
?  $m \times 2$ .

????????? ?????????? ??????, ?????????? ?????? ?????????? ?????? ???.

????????? ??????????????.

$$\begin{pmatrix} a_{11} & \dots & a_{1n} \\ \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}$$

????????????? ???????.

????? ????????, ??? i-? ?????? ?????? ? (a<sub>i1</sub> a<sub>i2</sub> ... a<sub>in</sub>) ?? ?????? j-? ?????? ??? ?????? (a<sub>j1</sub> a<sub>j2</sub> ... a<sub>jn</sub>), ??? ?????????????? ?????????? ?????????? n ?????????? — a<sub>i1</sub> ? a<sub>j1</sub>, a<sub>i2</sub> ? a<sub>j2</sub>, ... a<sub>in</sub> ? a<sub>jn</sub>. ??? ??? ?????? ??? j-? ?????? ?????????? i-? ??????, ??? ??? ?????????? A<sub>j</sub> ?????? ? ?????????? ?????????? A<sub>i</sub>. ??? ? ?????? ? ?????? ?????? ?????? ?????? ?????? ?????? ?????? ?????? ?????? ?????? ?????? ?????? ??????.

????????? ?????? ?????? k-? (a<sub>1k</sub>, a<sub>2k</sub>, ..., a<sub>mk</sub>) ?????? ?????? ? ?? ?????? I-? (a<sub>1l</sub>, a<sub>2l</sub>, ..., a<sub>ml</sub>) ??????????????????, ?????????????????????????? ?????????? m ?????????? a a<sub>1k</sub> ? a<sub>1l</sub>, a<sub>2k</sub> ? a<sub>2l</sub>, ..., a<sub>mk</sub> ? a<sub>ml</sub>. ??? ??? ?????? ??????, ??? I-? ?????? ?????????? k-? ??????, ??? ??? ?????????? B<sub>l</sub> ?????? ? ?????????? ?????????? B<sub>k</sub>. ??? ? ?????? ? ?????? ? ??? ? ?????????? ?????????? ?????????? ?????? ??????, ?? ?????? ?????????? ? ?????? ?????? ? ?????? ?????????? ?????? ?????? ?????????? ?????????? ??????.

????????? ??????. (????????? ?????????? ?????????? ?????? ?????? ? ?? ??????).

????????? ?????????? ? ?????????? ? ?????????? ???, ?????????? ?????? ? ? ? ??????  
 ?????? ?????????? ?<sub>ik</sub>= <sup>$\lambda$</sup>  a<sub>ik</sub>+μ, i=1,2,...,m; k=1,2,...,n, ??? ?>0, ? μ —  
 ?????????? ?????????? ?????????? ?????????? ?????????? ?????????? ?????????? ??????????  
 ?????????? ?????? ?<sub>?=</sub> <sup>$\lambda$</sup>  ?<sub>?+μ</sub>.

????????? ?????? ?????????? ???.

«?????-????? ??????».

????????? ??????-????? ?????? ?????? ?? ?????????? ??????.

???????????, ??? ?????? ?????? ??????, ??? ?????? ?????? ????????

$$\begin{pmatrix} 75 & 100 & 65 & 45 \\ 70 & 60 & 55 & 40 \\ 80 & 90 & 35 & 50 \\ 95 & 100 & 50 & 55 \end{pmatrix}$$

????????????????????????????????????(?????)?????????????????????  
 (????? ?). ?????? ?????? ??? ????? ???????, ?????? ?? ?????? ?? ??????  
 ??????, ?????? ?????—????? ?????????????, ?????? ?????? ??????????????  
 ?????????????????????? ??  
 ??????, ?????? ?????? ?????, ?????? ?????? ?????? ?????? ?????? ??????  
 ?????? ?????? ? ??? ????? ?????????.

?????? ?????? ?????? ?????? ?????????????? ??? ?????, ? ?? ?????? ???  
 ?????????????? ?????????? ?? ?????????????? ?????? ??? ?????? ??? ??????  
 ?????? ??? ?????.

? ?????? ?????? ??? ?????????? ??????, ?????? ?? ?????????? ?????? ???  
 ?????????? ??????

????????? ???????, ??? ??????? ?????? ?????? ?????????? ?????? ??? .?????  
 ???, ??? ?????????? ?????? ?????????????? ?????????? ??? ?????????? ?<sub>1</sub>  
 ? ?<sub>4</sub> ?????? ? ? ???????? ?<sub>3</sub> ? ?<sub>4</sub> ?????? ?. (? ??? ?????? ??????,  
 ?????????????? ?????? ?????????????? ??????) ? ??????????  
 ?????????????? ?????? ?????????? ??????

$$\begin{pmatrix} 65 & 45 \\ 50 & 55 \end{pmatrix}$$

????????????????? ?????? ??????

$$65=5\cdot 4+45; 45=5\cdot 0+45; 50=5\cdot 1+45; 55=5\cdot 2+45,$$

$$\begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$$

$$w_1=4p;$$

$w_2=1p+2(1-p);$

$w_1=4q+1(1-q);$

$w_2=2(1-q);$

????????????????????  
????????????????  
?????????, ?  
???????

$P = \left\{ \frac{1}{5}, 0, 0, \frac{4}{5} \right\}, Q = \left\{ 0, 0, \frac{2}{5}, \frac{3}{5} \right\}, ? = 53.$

??? ??????, ?????????? ?????????? ?????????? ?????????? ?<sub>1</sub> ? 20 % ????????? ?  
????????? ?<sub>4</sub> ? 80 %. ??? ?????????? ?????????????????, ?? ??? ?????????? ??????????  
????????? ?<sub>3</sub> ? ?????????????? 0,4 ? ?????????? ?<sub>4</sub> ? ?????????????? 0,6. ??? ???  
????????? ??? ???? ???? ???? 53.

??  
????????? ??????: «????????? ?????????», «?????», «????????? ??????», ???  
??  
????????????? ? ??????? ?????????? ???.

? ?????????? ? ?????????? ?????????? ? ?????????? ?????????? ?????????? ?????? ???,  
????????????, ?????????????, ???  
?????????, ??? ? ?????????? ?????????? ??????????. ? ?????????? ?????????? ??? ??????  
????????????? ?????? ?? ??????????????.

### **Список литературы:**

1. «Вся высшая математика», М.Л. Краснов, А.И. Киселев, Г.И. Макаренко, Е.В. Шикин, В.И. Заляпин. Москва 2002.
2. «Игры и решения» Р.Д. Льюс, Х. Райфа. Москва, 1961.
3. «Теория игр и экономическое поведение» Дж. Фон Нейман, О. Моргенштерн.