# ИДЕНТИФИКАЦИЯ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ С ПОМОЩЬЮ МЕТОДА ДЕЙСТВИТЕЛЬНОЙ ИНТЕРПОЛЯЦИИ

**Муханов Константин Анатольевич**

аспирант, Московский технологический университет, РФ, г. Москва

## The Identification of Control Systems by Real Interpolation Method

***Konstantin Mukhanov***

*PhD student, Moscow Technological University, Russia, Moscow*

**Аннотация.** Задача составления математической модели систем автоматического управления являются важной составляющей в изучении этих систем. Среди этих задач, идентификация играет очень важную роль. В данной статье рассматривается подход к идентификации САУ с использованием метода действительной интерполяции.

**Abstract.** Getting the mathematical models of automatic control systems is an important task in the study of these systems. Among these tasks, identification plays a very important role. In this paper, one of the approaches to the identification of automatic control systems based on the real interpolation method, is proposed.

**Ключевые слова:** системы автоматического управления; идентификация; параметрическая идентификация.

**Keywords:** automatic control systems; identification; parametric identification.

Получение математического описания систем автоматического управления (*далее САУ*) – это важная задача в изучении САУ. Среди этих задач, идентификация систем с распределёнными параметрами является наиболее сложной, и играет наиболее важную роль. Система с распределёнными параметрами (далее СРП) – это система, где вход, выход и даже параметры могут варьироваться одновременно в пространстве и времени. Полная динамика СРП представлена уравнением в частных производных. Это уравнение не имеет известного аналитического решения и должно быть решено численно [1]. Несколько типичных примеров включают тепловой процесс, процесс в жидкой среде, вибрацию, и гибкий луч [2, 3]. Отличие системы с распределёнными параметрами от системы с сосредоточенными параметрами (далее ССП) в том, что передаточная функция описывается уравнениями в частных производных с граничными условиями [3].

В широком смысле, идентификация СРП может быть классифицирована на две группы:

*Муханов К.А. Идентификация систем управления с помощью метода действительной интерполяции // Научный форум: Технические и физико-математические науки: сб. ст. по материалам XIV междунар. науч.-практ. конф. — № 4(14). — М., Изд. «МЦНО», 2018. — С. 11-17.*

идентификация известной структуры СРП и идентификация неизвестной структуры СРП [4]. Для известной СРП, описание её уравнения в частных производных, полученное от первого принципа знания, может дать точное описание системы. Используя подходящие функции пространственного базиса, природа времени-пространства может быть разделена. Тогда подходящий метод упрощения модели может аппроксимировать бесконечномерную систему в обыкновенные дифференциальные уравнения (ОДУ) конечного порядка. Линеаризации систем с распределёнными параметрами посвящены исследования статей, например: аналитический метод [5], линейный метод [6], спектральный метод [7]. Аналитические методы для достижения этой цели не применимы. Использование численных методов имеет значительные помехи. В самом распространённом частотном методе, действительная и мнимая компоненты должны быть разделены. Для комплексной передаточной функции, использование частотного метода почти невозможно.

Для неизвестных СРП, идентификация системы развивается далее от моделирования работы известной СРП. Дополнительная работа нужна в следующих двух ситуациях. Одна – это то, что структура уравнения в частных производных доступна только с несколькими неизвестными параметрами, что требует оценку параметров СРП. Другая ситуация – то, что структура уравнения в частных производных неизвестна, что требует оформления структуры и оценки параметров СРП. Идентификация СРП использует интеллектуальный метод: нейронная сеть [8], метод обучения [9, 10], или другой метод, использующий генетический алгоритм.

Преимущество интеллектуальных методов в том, что они могут работать с отсутствующей моделью данных, или неизвестной структурой. Однако, эти методы имеют высокую сложность и требуют большого количества вычислительных ресурсов.

Повсеместно в теории и практике автоматического управления, операция метода получения модели динамики систем состоит в определении соотношения «вход-выход» между двумя точками системы, проводя описания в форме комплексных передаточных функций. Передаточные функции СРП сложные, содержащие иррациональные и/или тансцендентные компоненты. Передаточные функции этих систем обычно имеют форму как в формуле (1) [11]. Из-за присутствия иррациональных и/или трансцендентных компонент в передаточной функции, которые не позволяют использовать методы и значения систем с сосредоточенными параметрами.

$$W(s) = W\left(e^{-\sqrt{T_1 s}}, \frac{1}{\sqrt{T_2 s}}, \sqrt{s}, sh\sqrt{T_3 s}, ch\sqrt{T_4 s}, sh\sqrt{as^2 + bs + c}, \ldots\right)$$

(1)

В этой статье рассматривается следующая задача: идентификация систем с распределёнными параметрами, имеющих передаточную функцию только с иррациональными компонентами. Дробно-упорядоченная передаточная функция дана в следующем виде [12]:

$$G(s) = \frac{1}{a_n s^{\beta_n} + a_{n-1} s^{\beta_{n-1}} + a_1 s^{\beta_1} + a_0 s^{\beta_0}}$$

(2),

Где $\beta_k$, (k=0,1,…,n) произвольное действительное число, а $\beta_n > \beta_{n-1} > \ldots > \beta_1 > \beta_0 > 0$, $a_k$ (k=0,1,…,n) произвольная константа.

Нахождение даже нескольких коэффициентов в (2) всегда сложно, и в большинстве случаев невозможно. Таким образом, на сегодняшний день простой путь идентификации – нахождение аппроксимирующих моделей системы в классе дробных передаточных функций. Другими словами, настоящая система с распределёнными параметрами описывает модель, соответствующую системе с сосредоточенными параметрами. Естественно, метод редукции (упрощения) упрощает задачу идентификации, но немедленно представляет ошибку в решении в этой и будущих проблемах решения [13].

В этой статье предлагаемый подход основан на методе действительной интерполяции, который характеризуется двумя главными особенностями. Первая особенность включает в себя операторный метод, в котором проблема решена в мнимом поле, где вычисление имеет некоторые расширения. Вторая особенность – то, что модели в методе действительной интерполяции являются функцией действительного переменного. Классическое операторное описание динамических систем это комплексные (в случае преобразования Лапласа) или мнимые (в случае преобразования Фурье) переменные. Переход к численным моделям в этих случаях требует рассмотрения трехмерного представления или разделения действительных и мнимых переменных. Из-за присутствия иррациональных компонент, даже с надёжными простыми выражениями, постоянно этот переход был бы невозможен. Когда препятствия при использовании метода действительной интерполяции удалены.

Метод действительной интерполяции является одним из методов, которые работают над математическим описанием мнимой области. Этот метод основан на действительном интегральном преобразовании,

$$F(\delta) = \int_0^\infty f(t)e^{-\delta t}dt, \delta \in [C, \infty), C \geq 0$$

(3)

Которое присваивает оригиналу f(t) изображение F(δ) как функцию действительной переменной δ. Формула прямого преобразования (3) может считаться особым случаем прямого преобразования Лапласа с помощью замены комплексной переменной p= δ + jω для действительной переменной δ. Другой шаг по направлению к развитию инструментов метода – переход от непрерывных функций F(δ) к их дискретной форме, используя вычислительные ресурсы и численные методы. Для этих целей, метод действительной интерполяции представлен численными характеристиками $\{F\ (\delta_i)\}\eta$. Они получены как множество значений функции F(δ) в узлах δi=1,2,…η, где η – количество элементов численной характеристики, называемое её размерностью.

Выбор интерполяции δi является первым шагом в переходе к дискретной форме, что оказывает значительное влияние на численное решение и точность проблем решения. Распределение узлов в простейшем случае равномерное. Другое важное преимущество метода действительной интерполяции – это перекрёстные свойства (cross-conversion properties) [11]. Это обуславливает тот факт, что поведение функции F(δ) для больших значений аргумента δ определено в основном поведением оригинала f(t) для малых значений переменной t. В противоположном случае, результат тот же самый: поведение функции F(δ) для малых значений аргумента δ определяется в основном поведением оригинала f(t) для больших значений переменной t [11].

Когда учитывается оригинал f(t) динамических характеристик динамических систем, формула (3) приводит к операторной модели, которая при определённых условиях может считаться особыми случаями моделей, основанных на преобразовании Лапласа. Таким образом, заменяя в (3) функцию f(t) на h(t) – переходную функцию (*характеристика*) динамической системы, мы получаем передаточную функцию. Отсюда мы можем найти элементы дискретной модели системы, и её передаточную функцию выполняя процедуру дискретизации для узлов δi=1,2,…η

$$W(\delta_i) = \delta_i \int_0^\infty h(t)e^{-\delta_i t}dt, i = \overline{1, \eta}$$

(4)

Математическая модель системы в форме численной характеристики должна иметь однозначное отношение к оригинальной непрерывной действительной передаточной функции. Это соотношение может быть задано системой алгебраических уравнений:

$$W(\delta_i) = G(\delta_i) = \frac{1}{a_n \delta_i{}^{\beta n} + a_{n-1}\delta_i{}^{\beta n-1} + a_1 \delta_i{}^{\beta_1} + a_0 \delta_i{}^{\beta_0}}$$

(5)

Эта система уравнений является основой для определения численных значений коэффициентов желаемой передаточной функции.

Теперь перейдём к рассмотрению алгоритма идентификации систем управления с распределёнными параметрами, основанный на методе действительной интерполяции.

Задача параметрической идентификации систем управления с распределёнными параметрами состоит в определении неизвестных коэффициентов передаточной функции с данной структурой из экспериментальной переходной характеристики h(t) путём достижения указанной точности (или лучшей точности в известной структуре модели), исходя из выбранного критерия. Основываясь на методе действительной интерполяции, развита последовательность действий, что может быть представлено следующим алгоритмом.

1. Выбор узлов интерполяции δi=1,2,…η и определение размерности η численных характеристик.

2. Получение численных характеристик идентифицированного объекта $\{W\ (\delta_i)\}\eta$.

3. Составление и решение уравнений в форме (5).

4. Достижение точности проблем решения в соответствии с критерием и коррекция решений, если необходимо.

Как уже упоминалось, выбор узлов интерполяции – это важный шаг, который влияет на последующие результаты в плане точности, количества операций и т.д. Выбор начинается с определения первого узла. Формула вычисления $\delta_1$ определена из следующего условия: значение интеграла в (4) из-за отставания времени $t_y$ уменьшается до незначительного числа $\Delta = 0.01 \div 0.05$, что удовлетворяет условию $h(t_y)e\wedge(\delta_1 t_y) \leq \ \Delta$. Отсюда вычисленное выражение для узла $\delta_i$ может быть таким, как показано ниже.

$$\delta_1 = \frac{-\ln(\frac{\Delta}{h(t_y)})}{t_y} \qquad (6)$$

Другие узлы определяются условием равномерного распределения: $\delta_i = i\ \delta_1$, i=(2,η).

Задача следующего этапа состоит в получении численной характеристики по формуле (4). В реальных условиях, функция h(t) определяется как результат эксперимента, представленный в виде графа или таблицы. По этой причине, в формуле (4) мы должны перейти к численному суммированию по формуле (7):

$$W(\delta_i) = \delta_i \sum_{j=0}^{N} h(t_j) e^{-\delta_i t_j}, i = \overline{1,\eta}, j = \overline{0,N}$$

(7)

Третий этап включает составление системы уравнений, основанных на численной характеристике $\{W\ (\delta_i)\}\eta$. передаточной функции (3):

$$W(\delta_i) = G(\delta_i) = \frac{1}{a_n \delta_i^{\beta n} + a_{n-1} \delta_i^{\beta n-1} + a_1 \delta_i^{\beta_1} + a_0 \delta_i^{\beta_0}}$$

(8)

Для малого количества коэффициентов, возможно найти решение такой системы, используя стандартные вычислительные программные продукты.

Заключительный этап вычислительного процесса нацелен на подтверждение точности вычисления. Точность решения оценивается желаемым образом путём сравнения переходных характеристик – экспериментальная переходная характеристика h(t) и переходная характеристика результирующей модели h.M(t). В этом случае, высокая видимость и вероятность для улучшения решений достигнуты. Однако, этот привлекающий внимание вариант трудно осуществить, потому что передаточная функция содержит иррациональную составляющую, что практически делает невозможным получение оригинальной h.M(t). Остаётся вариант аппроксимации изображения G(s), использующей непрямые методы оценки точности, такие как частотные характеристики, или прямое сравнение коэффициентов если они известны. Таким образом, в качестве оценки точности предложенный метод идентификации системы с иррациональной передаточной функцией не есть конец считающейся проблемы, но есть инструмент ведущей к удовлетворительному решению.

В заключение стоит отметить, что предложенный метод может быть использован для настройки регулятора. Другое прямое применение – конструирование адаптивных регуляторов, работающих на принципе идентификации.

**Список литературы:**


1. J.A. Cunge, F.M. Holly, A Holly. Practical aspects of computational river hydraulics. Pitman Advanced Publishing Program. 1980.

2. Ruth Curtain, Kirsten Morris. Transfer functions of distributed parameter systems: A tutorial. Automatica 45. 2009.

3. W Harmon Ray. Advanced process control. New York: McGraw-Hill Book Company. 1981: 376.

4. Han-Xiong Li, Chenkun Qi. Modeling of distributed systems for applicatons-A systhesized review from time-space separation. Journal of Process Control. 2010.

5. Silviu, Dumitru Popescu, Laurent Lefevre, Ciprian Lupu. Identification of a distributed parameters system for Thermoenergetic Applications, Automatics and Computer Science. ICSCS. 2013.

6. Vicenç Puig, Joseba Quevedo, Teresa Escobet, Phillipe Charbonnaud, Eric Duviella. Identification and Control of an Open-flow Canal using LPV Models. 44th IEEE Conference on Decision and Control. 2005.

7. R Pintelon, J Schoukens. Parametric Identification of transfer Function in the Frequency Domain – A survey. IEEE Transactions of automatic control. 1994.

8. Constantin Volosencu. Identification of Distributed Parameter Systems, Based on Sensor Networks and Artificial Intelligence. WSEAS Transactions On Systems. 2008.

9. Xunde Dong, Cong Wang. Identification of a Class of Hyperbolic Distributed Parameter Systems via Deterministic Learning. Third International Conference on Intelligent Control and Information Processing. China. 2012.

10. Tao Peng, Cong Wang. Identification of A Class of Parabolic Distributed Paramete Systems via Deterministic Learning. IEEE conference on Control and Automation. New Zealand, 2009.

11. Goncharov VI. Real interpolation method in control automation issue. Tomsk polytechnic university. 2009: 219.

12. Igor Podlubny. Fractional-Oder Systems and PIλDμ controller. IEEE transactions on automatic control. 1999.

13. Tomislav B Šekara, Milan R Rapaić, Mihailo P Lazarević. An Efficient Method for Approximation of Non-Rational Transfer Functions. Electronics. 2013.