

ИССЛЕДОВАНИЕ РЕГУЛЯТОРА ОБЪЕДИНЕННОГО ПРИНЦИПА МАКСИМУМА, ОПТИМАЛЬНОГО ПО «МИНИМУМУ РАСХОДА УПРАВЛЕНИЯ»

Пугачев Игорь Владимирович

аспирант Донской государственной технологической университет, РФ, г. Ростов- на- Дону

Павлова Ирина Васильевна

канд. техн. наук, доцент Донской казачий государственный институт пищевых технологий и бизнеса (филиал) федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Московский государственный университет технологий и управления имени К.Г. Разумовского, РФ, г. Ростов- на- Дону

Салих Биал Ахмед Салих

магистрант Донской государственной технологической университет, РФ, г. Ростов- на- Дону

Study of the regulator based on the combined principle of maximum, optimal control flow rate

Igor Pugachev

postgraduate Don state Technical University, Russia, Rostov-on- Don

Irina Pavlova

Candidate of Engineering Sciences, docent Don Cossack state Institute of food technology and business (branch) Federal state budgetary educational institution of higher professional education "Moscow state University of technologies and management named K. G. Razumovskiy, Russia, Rostov- on- Don

Salih Bilal Ahmed Salih

undergraduate Don state Technical University, Russia, Rostov- on- Don

Аннотация. В данной работе предлагается новый метод аналитического конструирования оптимального регулятора, разработанный на основе объединенного принципе максимума. Этот метод требует решения краевой задачи и не подразумевает использование функции Беллмана.

Abstract. In this paper, we propose a new method of analytical design of the optimal regulator, based on the combined principle of maximum. Its application requires the solution of the boundary value problem and does not involve the use of Bellman function.

Ключевые слова: оптимальный регулятор; объединенный принцип максимума; динамическая система; краевая задача.

Keywords: optimal regulator; combined maximum principle; boundary value problem.

Введение. Для достижения эффективного функционирования современных управляющих систем в трудных условиях эксплуатации, необходимо постоянно контролировать их параметры. Это обеспечивает своевременную корректировку управляющих воздействий для дальнейшей стабилизации исправного состояния. Параметры оптимального регулятора, высчитываются по законам оптимального управления и минимизируют заданный функционал. Поэтому, в условиях, когда задача синтеза оптимального управления является неклассической, эффективным методом является объединенный принцип максимума[1]. В случаях, когда синтез закона оптимального управления рассчитывается по критерию Летова-Калмана [2-5], или функционала обобщенной работы Красовского А.А.[5]. В таких ситуациях, необходимо что бы, в законы управления были включены функции Беллмана в виде некоторой определенно-положительной формы. В известных принципах Л.С. Понтрягина, Р. Беллмана и методе Лагранжа [2-8] движение объекта записывается в виде систем дифференциальных уравнений, а условия оптимальности устанавливаются для фиксированного момента времени, то есть отыскиваются в начале программы оптимального управления. При этом решение задачи синтеза требует дополнительных гипотез.

В данной работе предлагается новый метод аналитического конструирования оптимального регулятора. Для его реализации необходимо перейти от оптимизационной задачи к краевой. Краевая задача не подразумевает использования функции Беллмана.

Постановка задачи. Необходимо синтезировать в аналитическом виде закон оптимального управления динамической системой. При условии, что движение обусловлено принципом Гамильтона- Остроградского из условия минимизации функционала:

$$J_1 = \frac{1}{2} \int_0^{t_k} \sum_{s=1}^n (x_s^2 - u_s^2) dt = \frac{1}{2} \int_0^{t_k} F(x, u) dt, s = \overline{1, n}, \quad (1)$$

где $x = [x_1, \dots, x_n]$ - обобщенные координаты;

$u = [u_1, \dots, u_n]$ - искомые управления;

t_k - фиксированный момент времени,

n - число степеней свободы динамической системы.

Метод приведения от задачи синтеза оптимального управления к краевой задаче. Следует упомянуть, что в данном исследовании, разработка метода ограничена линейными уравнениями движения.

В таком случае, при использовании процедуры объединенного принципа максимума к расширенному функционалу [6-8], получаем:

$$J = \lambda R + J_1 = \int_0^{t_k} [\lambda(T + A) + F] dt, \quad (2)$$

где T - кинетическая энергия;

A - работа обобщенных сил,

λ - неопределенный множитель Лагранжа.

Исходя из этого, получаем, что первая асинхронная вариация этого функционала будет иметь вид:

$$\Delta J = [\lambda(A - T) + F]_0^{t_k} \Delta t + \sum_{s=1}^n \int_0^{t_k} \left[\left(-\lambda \frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{x}_s} + \frac{\partial T}{\partial x_s} + u_s \right) \delta x_s + x_s \delta x_s + u_s \delta u_s \right] dt$$

При условии, что время t_k фиксировано, то из этого получается, что первое слагаемое равно нулю, а из второго слагаемого получаются тождества:

$$\lambda \left(\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{x}_s} + \frac{\partial T}{\partial x_s} + u_s \right) + x_s = 0, \quad s = \overline{1, n} \quad (3)$$

$$\sum_{s=1}^n \int_0^{t_k} u_s \delta u_s = 0 \quad (4)$$

При проведении повторного синхронного варьирования уравнения(3), устанавливается связь между вариацией траектории и вариацией управления:

$$\lambda \left(-\frac{d}{dt} \delta \frac{\partial T}{\partial \dot{x}_s} + \delta \frac{\partial T}{\partial x_s} + u_s \right) + \delta x_s = 0. \quad (5)$$

В дальнейшем, после интегрирования по частям [9-14] и подстановка u_s из (3), и δu_s из (4), в условие оптимальности управления, приводит задачу синтеза оптимального управления к краевой задаче для фазовых координат.

Тогда, вариационная форма уравнений краевой задачи получает вид:

$$\sum_{s=1}^n \int_0^{t_k} \left(\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{x}_s} - \frac{\partial T}{\partial x_s} - \frac{1}{\lambda} x_s \right) \left(\frac{d}{dt} \delta \frac{\partial T}{\partial \dot{x}_s} - \delta \frac{\partial T}{\partial x_s} - \frac{1}{\lambda} \delta x_s \right) dt = 0,$$

$$t = 0, \quad x_s = x_s(0), \quad \dot{x}_s = \dot{x}_s(0),$$

$$t = t_k, \quad x_s = x_s(t_k), \quad \dot{x}_s = \dot{x}_s(t_k). \quad (6)$$

Исходя из этого, для конкретных случаев задач синтеза, необходимо проводить развертывание этого уравнения. После того, как решение краевой задачи будет найдено, оптимальное управление получаем из уравнения:

$$u_s = \frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{x}_s} - \frac{\partial T}{\partial x_s} - \frac{1}{\lambda} x_s, \quad s = \overline{1, n} \quad (7)$$

Пример. Процедура синтеза в аналитическом виде закона оптимального управления [8-10],

который стабилизирует движение объекта $(x = \dot{x} = 0)$ для критерия качества, принимает вид:

$$J = \frac{1}{2} \int_0^{t_k} u^2 dt \quad (8)$$

При этом, движение объекта задано уравнением:

$$\ddot{x} = n,$$

$$t = 0, \quad x_0 = 6, \quad \dot{x}_0 = 4,$$

$$t = t_k, \quad x_k = \dot{x}_k = 0. \quad (9)$$

Поэтому, в соответствии с вариационным уравнением (6) дифференциальное уравнение двухточечной краевой задачи имеет вид:

$$x^{IV} = 0. \quad (10)$$

Из этого следует, что решение принимает вид:

$$\begin{aligned} x &= \frac{1}{6}At^3 + \frac{1}{2}Bt^2 + Ct + D; \\ \dot{x} &= \frac{1}{2}At^2 + Bt + C; \\ U &= At + B. \end{aligned} \quad (11)$$

Из краевых условий (9), находится постоянные интегрирования, которые принимают вид:

$$\begin{aligned} A &= -t_k^{-3} [12(x_k - x_0 - \dot{x}_0 t_k) - 6t_k(\dot{x}_k - \dot{x}_0)]; \\ B &= t_k^{-2} [6(x_k - x_0 - \dot{x}_0 t) - 2t_k(\dot{x}_k - \dot{x}_0)]; \\ C &= \dot{x}_0; \\ D &= x_0. \end{aligned} \quad (12)$$

Для исключения особенностей в конечный момент времени, в отличии от известного решения, предлагается использовать обратную связь:

$$U(x, \dot{x}) = \frac{6A^2(x-D) + (6ABC - 2B^3)}{2A(\dot{x}-C) - (2B^2 - 6AC) + E}. \quad (13)$$

где E - константа.

Полученные результаты расчетов, при заданных краевых условиях (9), предствлены на

рисунке 1 (графиками $x_i = x(t), \quad xC_i = \dot{x}(t)$), на рисунке 2 (графиками $u_i = u(t)$) и на рисунке 3 (фазовым портретом движения объекта).

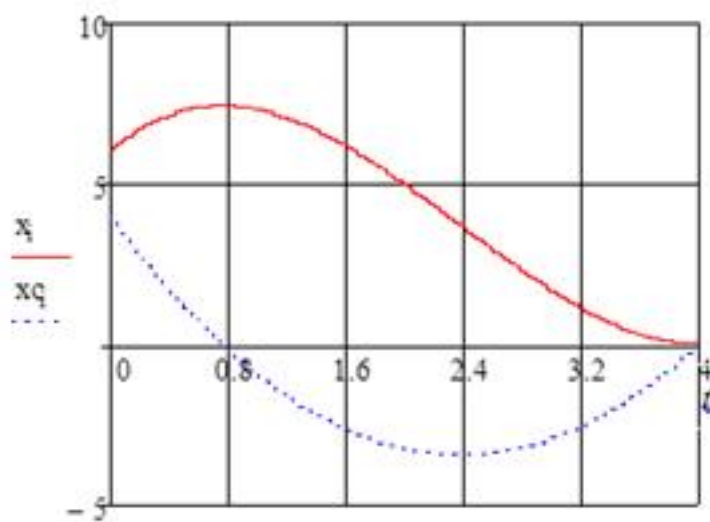
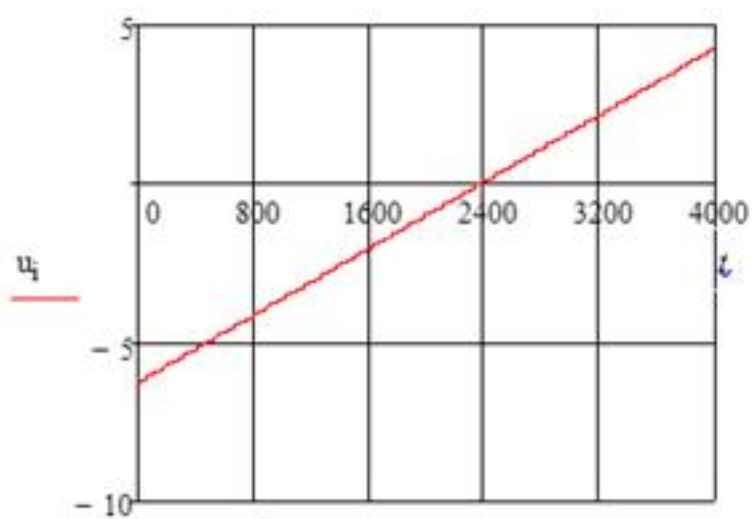


Рисунок 1. Результаты расчетов

$$x_i = x(t), \quad xC_i = \dot{x}(t)$$

Рисунок 2. Результаты расчетов



$$u_i = u(t)$$

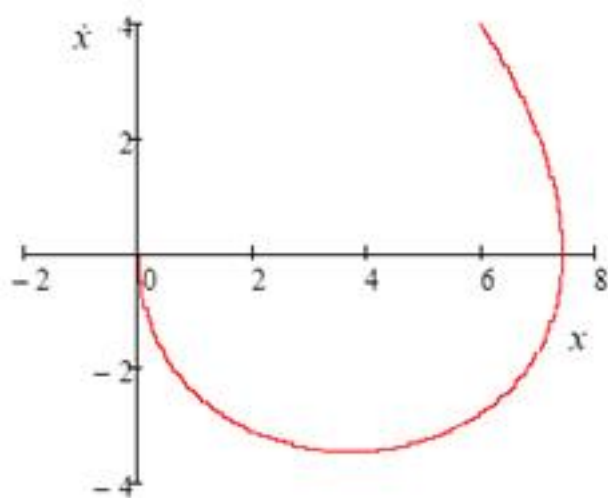


Рисунок 3. Фазовым портрет движения объекта $\dot{x} = \dot{x}(x_0)$

Заключение. Таким образом предложенное эвристическое решение в этой работе, позволяет исключить особенность в конечный момент времени. Это является существенным достоинством предлагаемого подхода. При этом, объединенный принцип максимума является более универсальным в отношении Принципа максимума Понтрягина и решает задачу синтеза для любых Лагранжевых систем.

Список литературы:

1. Залесков А.С., Калиенко И.В., Костоглотов А.А., Лазаренко С.В., Пугачев И.В. Объединенный принцип максимума в задаче структурного синтеза систем с заданным состоянием на основе функций Крылова // Современные тенденции развития науки и технологий. 2015. № 7-3. С. 67-71.
2. Lazarenko S.V., Pugachev I.V., Kostoglotov A.A., Deryabkin I.V., Andrashitov D.S. The synthesis of the algorithms for state estimation and the parameters of measurement converters based on the combined maximum principle in the problems of dynamic error correction // В сборнике: 2017 International Conference on Mechanical, System and Control Engineering, ICMSC 2017. С. 292-296.
3. Пугачев И.В., Андрашитов Д.С., Костоглотов А.А., Лазаренко С.В. Вариационный метод идентификации адаптивных систем с построением дополнительных инвариантов // Информационно измерительные и управляющие системы. 2016. Т. 14. № 11. С. 55-63.
4. Летов А.А. Синтез оптимальных систем // Оптимальные системы. Статистические: Труды II международного конгресса ИФАК. - М.: Наука, 1965. С. 33 - 41.
5. Красовский А.А. Системы автоматического управления полетом и их аналитическое конструирование. - М.: Наука, ТФМЛ, 1973. 560 с.
6. Павлова И.В., Болдырев А.В. Выбор пассивных компонентов в цепях управления IGBT // Современные проблемы и пути их решения в науке, производстве и образовании. 2014. № 1 (1). С. 7-11.
7. Костоглотов А.А., Лазаренко С.В., Пугачев И.В., Манаенкова О.Н. Нечеткие алгоритмы управления объединенного принципа максимума // В сборнике: Транспорт: наука, образование, производство Сборник научных трудов Международной научно-практической конференции. 2017. С. 92-96.
8. Костоглотов А.А., Дерябкин И.В., Пугачев И.В. Синтез модели динамического процесса с нестационарными возмущениями в квазидетерминированном приближении на основе максимума функции обобщенной мощности // Современные тенденции развития и перспективы внедрения инновационных технологий в машиностроении, образовании и экономике. 2016. Т. 2. № 1. С. 79-87.
9. Kostoglotov A., Lazarenko S., Losev V., Pugachev I. The synthesis of adaptive multi-mode regulators based on combined control of the combined maximum principle // В сборнике: MATEC Web of Conferences 13. Сер. "13th International Scientific-Technical Conference "Dynamic of Technical Systems", DTS 2017" 2017. С. 05007.
10. Андрашитов Д.С., Костоглотов А.А., Костоглотов А.И., Лазаренко С.В., Ценных Б.М. Универсальный метод синтеза оптимальных управлений нелинейными Лагранжевыми динамическими системами // Инженерный вестник Дона. 2014. Т. 28. № 1. С. 2.
11. Андрашитов Д.С., Костоглотов А.А., Костоглотов А.И., Лазаренко С.В. Совмещенный синтез параметрического управления при стабилизации динамических объектов // Нелинейный мир. 2012. Т. 10. № 11. С. 810-818.

12. Лазаренко С.В. Метод оптимального управления с использованием принципа Гаусса // Информационно- измерительные и управляющие системы. 2013. Т. 11. № 12. С. 37-43.

13. Костоглотов А.А., Лазаренко С.В., Кузнецов А.А., Лосев В.А. структурный синтез терминальных управлений с использованием энергий ускорений с использованием энергии ускорений // Вестник Донского государственного технического университета. 2015. Т. 15. № 4 (83). С. 94-100.

14. Andrashitov D.S., Kostoglotov A.A., Kuznetsov A.A., Lazarenko S.V. Structural synthesis of lagrangian systems of automatic control with the use of first integrals of motion // Информационно- измерительные и управляющие системы. 2015. Т. 13. № 12. С. 12-18.