

## РЕАЛИЗАЦИЯ МЕТОДА СОПРЯЖЕННЫХ ГРАДИЕНТОВ НА ГРАФИЧЕСКОМ ПРОЦЕССОРЕ

**Шангареева Гульназ Рауфовна**

студент Башкирского государственного университета, РФ, Республика Башкортостан, г. Стерлитамак

**Мустафина Светлана Анатольевна**

научный руководитель, проф. Башкирского государственного университета, РФ Республика Башкортостан, г. Стерлитамак

?????????. ? ?????????????? ??????? ?????? ??????????? ?????????????????  
????????? ??????? ??????????? ?????????????????????? ?????????????? (?????) ? ?????????????????,  
??  
??  
????????????? ?????????? ?????????? ?????????? ?????????? ?????????? ?????????? ?????????? ??????????  
??  
????????????????? ?????????????? ??-?? ?????????? ?????????, ??? ? ????????? ????????? ??????  
?????????. ? ?????? ?????????? ?????????????? ?????????????????? ?????????????????? ?????????? ?  
??  
??  
????????? ? ?????????? ?????????????????? ?????????????????? ?????????????????? ??????????

??  
??  
????????????????? ?????????????????? ?????? ?????? ?????????? ?????????????? NVIDIA CUDA, ???  
????????????? ?????????????????? ?????????????????? ?????????????, ?????????? ??? ??????????????????  
?????????????????, ???  
????????????????? NVIDIA, ?????????????????? ???.

????????????????? ??????????. ?????????????????? ?????????? ?????????????? ?????????????? (1) ?  
????????????????????, ?????????????????????? ?????????????????????? ?????????????? **A**  
????????????? **пхп**  
:



????????????  $\mathbf{x}_0$ , ????????????? ?????????? ??????? ?????????  $\mathbf{r}_0$  ? ???????

????????????  $\mathbf{p}_0$   
:

$$\mathbf{r}_0 = \mathbf{b} - \mathbf{A}\mathbf{x}_0$$

$$\mathbf{p}_0 = \mathbf{r}_0$$

???????????? ?????????????  $(\bar{i} = 0, 1, \dots)$  ?????????????????? ??????????????

????????????:

$$\alpha_i = \frac{(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_i)}{(\mathbf{A}\mathbf{p}_i, \mathbf{p}_i)}$$

$$\mathbf{x}_{i+1} = \mathbf{x}_i + \alpha_i \mathbf{p}_i$$

$$\mathbf{r}_{i+1} = \mathbf{r}_i - \alpha_i \mathbf{A}\mathbf{p}_i$$

$$\beta_i = \frac{(\mathbf{r}_{i+1}, \mathbf{r}_{i+1})}{(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_i)}$$

$$\mathbf{p}_{i+1} = \mathbf{r}_{i+1} + \beta_i \mathbf{p}_i$$

?????  $\mathbf{r}_i = \mathbf{b} - \mathbf{A}\mathbf{x}_i$  — ???????  $\bar{i}$  -?? ?????????????, ?????????????  $\beta_i$

????????????????? ????????????? ?????????? ??????????????????  $(\mathbf{A}\mathbf{p}_i, \mathbf{p}_{i+1}) = 0$

????????????  $P_i$  ?  $P_{i-1}$ .

? ???? ?????? ?????? ?????????????  $\alpha_i$  ?????????? ?????????? ????????

???????????????? ?????????  $F$  ?? ??????????????  $P_i$  :

$$\alpha_i = \arg \min_{\alpha} F(x_i + \alpha P_i)$$

??? ?????????????? ?????????? ?????????? ?????????? ?????????? ?  
??  
??????  $n$   
?????????.????????,?????????????????????????????????????,?????????????????????????  
???????????????????? ??? ??????????????????. ?????????????? ????????????????? ??? ??????????????  
????????? ??????????????:

$$\|x^{(s)} - x^{(s-1)}\| < \epsilon$$

??? :  $x^{(s)}$  — ??????????????, ?????????????? ?? ?????????? ? ??????????  $S$  ,  $x^{(s-1)}$  —

????????????????,??  
 $\epsilon$   
????????? ??????????????????. ?????? ?????????????????? ?????????????? ??? ??????????????  
????????? ?????????? ?????????????????????? ?????? ??????????:

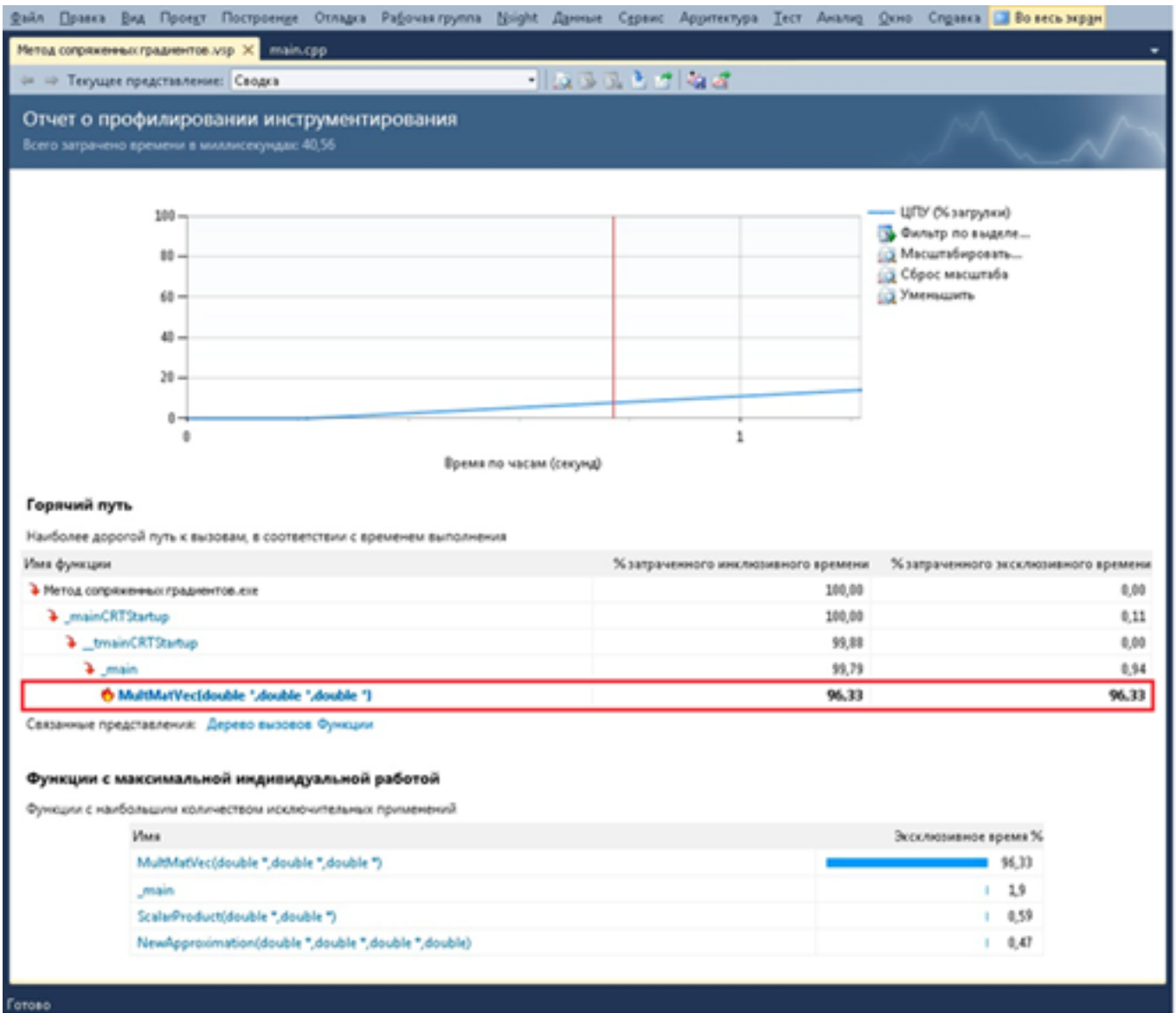
$$\frac{\|r_i\|}{\|b\|} < \epsilon$$

???????????? ?????????????? ?????????????? ? ?????? ??????????????  
???????????? ?????????? ?????????????????? ?????? ??? ?????????????????????? ????????? ?  
????????????????????? ??????????????, ?????????????? ? ?????? ?????????????? ??????????.

????????? ?????? ?????????????????????? ?????????? ?????? ??????????????  
????????????? (????????? 1), ?????? ?????????????, ??? ?????????? ?????????????????? ??????????  
????????????? ?? ????????????? ?????????? **A**  
?? ?????????? **x<sub>0</sub>**  
? **P<sub>i</sub>**

(MultMatVec —

96,33 %). ?????????? ??? ?????????????? ?????????????????? ?????????? ?????????? ??????????????  
????????????????????? ?????????? ??????????????. ??? ?????????????? ?????????????????? ?????????????? ???  
????????????????? ?????????????????? ?????????????? ?????????????? ?????????? ?? ?????????,  
????????????????? ? ?????????? ?????????? [2, ? 78—81].



??????? 1. ?????? ?????????????????????? ?????????? ?????? ??????????????  
 ??????????????

????? ? ?????????? ?????????????? ?????????? ?????????? ??? ??????????,  
 ?????? ????: ?????????? ??????????????, ?????????? ? ??????????, ?????????? ??????????  
 ?? ??????. ? ?????????????????????? ??????? ?????????????? ??? ?????????????????,  
 ?????????? ??????, ?????????????? ?? ?????????? ?????????? ?????????????????, ???  
 ?????????? ?? ?????????? (????????? 1).

??  
 ?????????? ?? ????????. ?????????????? ?? ?????????????? ?????? ?????????????????? ??  
 ?????????????????? ?????????????? (???), ?. ?. ?????????????????????.

? ?????????????????????? ?????????????? ?????????? ?????????? ?????????? **A**

?????? **x**

????????? ?????????? ?????????? (????????? 2):



????????? 2. ?????????? ?????????? ?? ????????? ? ?????????????????????? ??????????????

????????? ?????????????????????? ??? ?????????? ?????????? ?? ??????????:

```

void MultMatVec(double *a, double *x, double *y)
{
for (int i=0; i<n; i++)
{
double s=0;
for (int j=0; j<n; j++)
s+=a[i*n+j]*x[j];
y[i]=s;
}
}

```

}

????? ??????? ?? ????????? ?????????? ?????????????????? ?????????? ??????????:

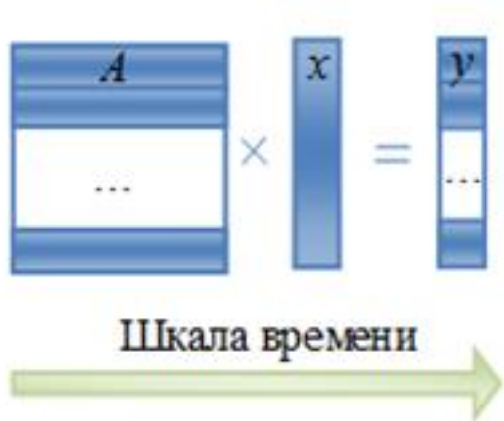
...

MultMatVec(a,x,y);

...

??  
??? ?????? ?????????????????? ???, ?????? ??????? ??? ?????????????? ??????????????  
????????????, ? ??????: ?????? ?????? ?????????????? ?? ?????????????????? ?????????? **y**

— ?????????????????? ??????? **A** ? ??????? **x** . ?????????????? ?????????????? ??????????????  
(????????? 3).



????????? 3. ?????????????? ?????????? ?? ??????? ? ?????????????????? ??????????????

?????? ?????????? ?????????????????? ?? ??????????????????, ? ?????????????????? ??????????????????  
(???) , ??? ?????? ?????????????????? \_\_global\_\_.



??  
???????, ?????? ??????????? ???:

```
__global__ void kernelMultMatVec (double *a, double *x, double *y, int size)
{
    int index = threadIdx.x + blockIdx.x * blockDim.x;

    double s = 0;

    for(int i = 0; i < size; i ++)
        s += a[index * size + i] * x[i];

    y[index] = s;
}
```

????? ???? ?? ?????????? ?????????? ?????????????????? ?????????? ??????????:

```
kernelMultMatVec<<<BLOCKS, THREADS_PER_BLOCK>>>(dev_a, dev_x,
dev_b, n);
```

??? ?????? ? ?????????????? ?????????????????? ?????????????? ?????????????? ??????????:

• ??????????? ??????? ? ? ??????????????:

```
cudaMalloc((void **)&dev_a, n * n * sizeof(double));
cudaMalloc((void **)&dev_x, n * sizeof(double));
cudaMalloc((void **)&dev_y, n * sizeof(double)).
```

• ??????????? ??????? ? ??? ?? ???:

```
cudaMemcpy(dev_a, a, size, cudaMemcpyHostToDevice);
cudaMemcpy(dev_x, x, size, cudaMemcpyHostToDevice).
```

• ??????????? ??????? ? ??? ?? ???:

cudaMemcpy(y, dev\_y, size, cudaMemcpyDeviceToHost).

????????????? ? ?????? ?????????????????? ???????????. ??? ???????????  
????????????????????? ? ?????????????????? ?????????????? ?????????????? ??????? ??????????????????  
????????????????? ?????? ?????????????? ?????? ??????????????????????. ?????????????????? ??????????????????  
????????????? ?????????????????? ?? ?????????????????????? ?????????????? ? ?????????????????? ??????????????????  
Intel Xeon, 48?? ???, ? 3 ?????????????????? ?????????????????????? NVIDIA TESLA C2075, ?  
??? ?? ?????????????????? ?????????????????? NVIDIA Quadro 2000.

??? ?????????? ?????????????????? ?????????????????? ?????????????????? ?????????????????? ?????? ?  
????????????????? ?????????? ??????????????. ?????????? **A**  
????????????????????????????? ??????????????

?????????:

$$A = \begin{pmatrix} n+1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & n+2 & \dots & 1 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & 1 & \dots & n+n \end{pmatrix}$$

??? : **n**  
— ?????????????????? ??????????. ? ?????????? ?????????? ?????????????? ?????????? **b**

??? ??? ???? ???? ???? ???? ???? ???? ???? ???? ???? ???? **A**  
??

?????? **x<sub>\*</sub>**  
, ??? : **x<sub>\*</sub>**  
— ??????? ?????????? ??? (1). ??????? ?????????? **x<sub>\*</sub>**

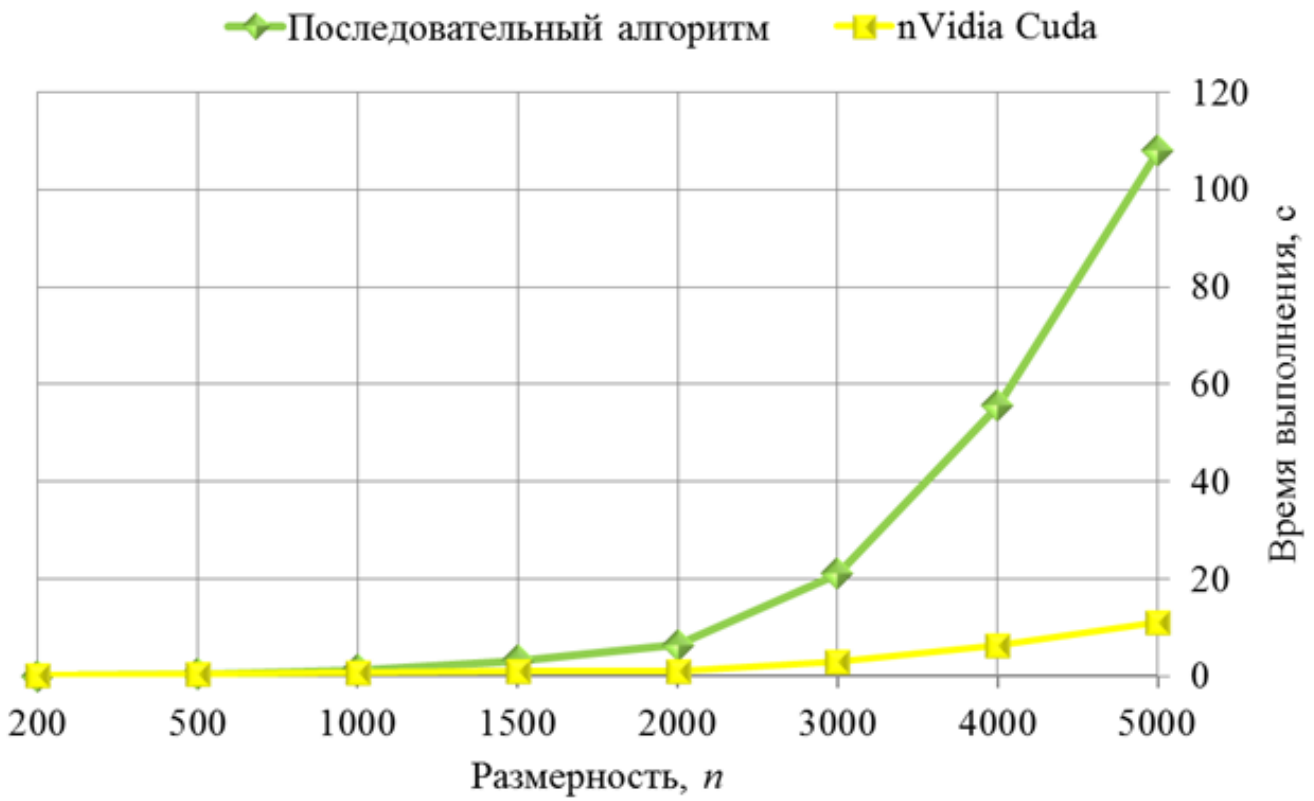
????????????????? ?????????????????? ?????????? ?? **0**  
?? **n**  
. ? ?????????? ?????????? ??????????

?????? ?????????? ?????????????? (3), ?????????? ??????????  $\epsilon = 10^{-7}$

????????????????????? ?????????????????????? ?????????????????? ?????????????????? ? ?????????? ??????????????:

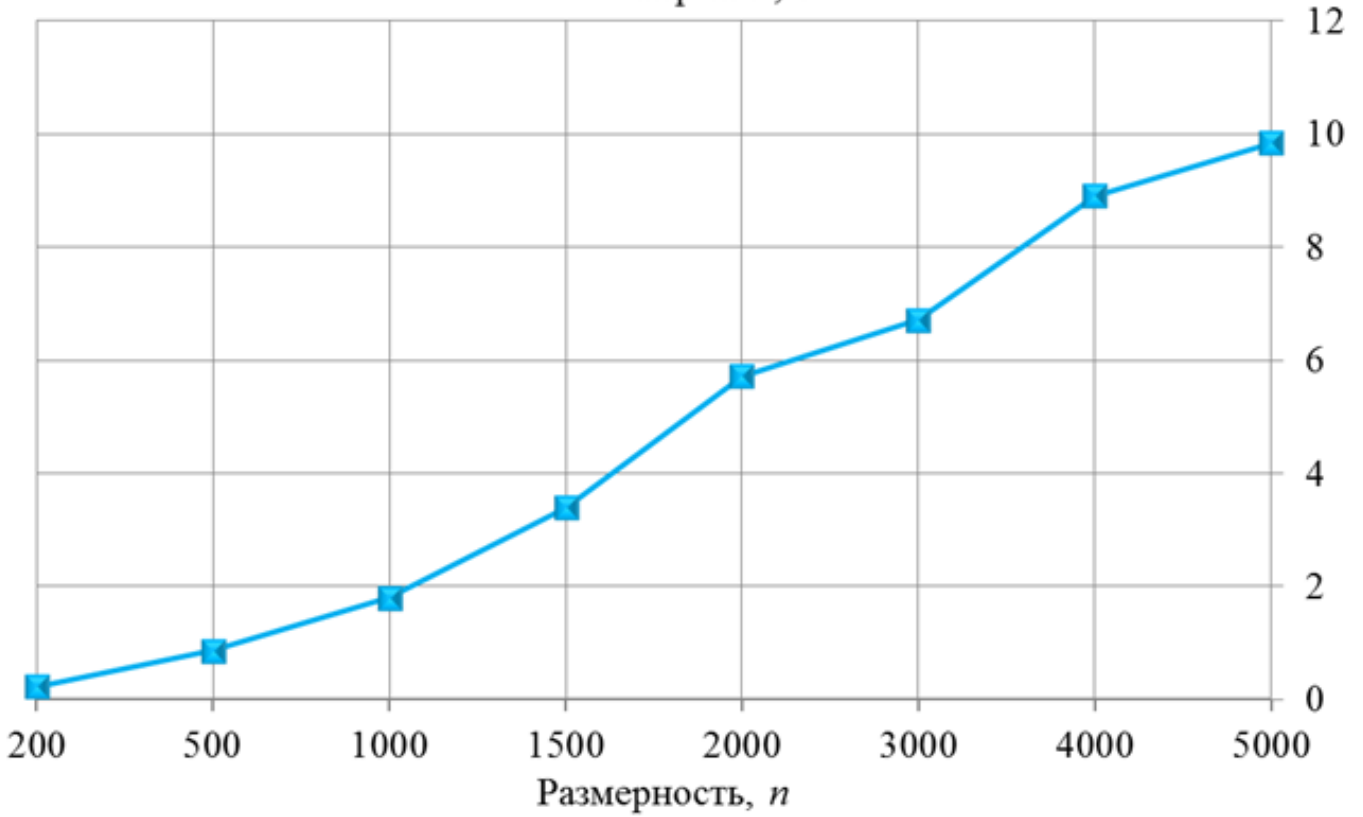


? ? ??????????? ??????????? CUDA ?? ????????????? **n**  
 , ?? ????????? 5  
 ????????????? ?????? ??????????? **S**  
 ????????????? ?? ??????????????? **n**



???????? 4. ?????? ??????? ?????????????????????? ? ?????????????????? ?????????????  
 ?????????????????? ??????????????

—■— Ускорение, S



??????? 5. ?????????? ?????????? ??????? ?????????????? ??????????????

?? ????????, ?????????????? ?? ??????? 5, ?????, ??? ??? ??????????  
????????????? **И**  
(?? 500) ?????????? ??????? ????????, ?? ????? ??????????????  
??  
?????????? ?? ?????????? ??????? ?? ?????????????? ?????????????? ? ??????????????  
????????????????? ? ??? ?????????? ???????.

??  
??  
???????? ??????? **И**.

????????????????????? ??????? ?????????? ?????????????????????? ? ?????????????????????  
????????????????? ??????? ?????????????????? ??????????????, ????????, ??? ??????????????

?????????CUDA????????????????????????????????????(??10??).?????????????  
?????????,??? ?? ?????? ?????? ?????????????? CUDA ??? ?????? ? ??????????  
?????????????????.??  
??????????????.

**?????? ????????????**

1. ????????? ??.?. ?????? ????????????????? ??????????????. ?. ??????????: ???-??  
???????????????????? ????????????????????? ???. ?.?. ????????????????, 2011 — 124 ?.
2. ????????? ??.?. ?????? ????????????????????? ? CUDA. ????????? ?????????.  
?????????????: ??????????. ????. ????. ??-? ???. ?.?. ?????????????, 2012 — 138 ?.
3. ????????? ??.?. ???  
???. ? ??????????: ???-?? ????? ??. ?.?.  
?????????????????, 2010. — 421 ?.
4. ????????? ?., ????????? ?. ????????????? CUDA ? ??????????: ????????? ?  
???. / ??? ????. ??? ??????. ????. ? ?????.,  
2011. — 232 ?.