

РАСЧЕТ ЛИНЕЙНОЙ ЦЕПИ СИНУСОИДАЛЬНОГО ТОКА

Ибрагимова Инзиля Фиркатовна

студент, Набережночелнинский институт (филиал) ФГАОУ ВО К(П)ФУ, РФ, г. Набережные Челны

Гатина Алина Алмазовна

магистрант, Набережночелнинский институт (филиал) ФГАОУ ВО К(П)ФУ, РФ, г. Набережные Челны

Закиев Ильнар Азгамович

студент, Набережночелнинский институт (филиал) ФГАОУ ВО К(П)ФУ, РФ, г. Набережные Челны

В современном мире широко распространены разнообразные по форме переменные токи и напряжения: синусоидальные, прямоугольные, треугольные и др. Значение тока, напряжения, ЭДС в любой момент времени t называется мгновенным значением и обозначается малыми строчными буквами, соответственно:

$$i = i(t), u = u(t), e = e(t).$$

Токи, напряжения и ЭДС, мгновенные значения которых повторяются через равные промежутки времени, принято называть периодическими, а наименьший промежуток времени, через который эти повторения происходят, называют периодом T .

Если кривая изменения периодического тока описывается синусоидой, то ток называют синусоидальным. Если кривая отличается от синусоиды, то ток несинусоидальный.

В основном электрическая энергия производится, передается и расходуется потребителями в виде синусоидальных токов, напряжений и ЭДС [1].

В данной работе выполним расчет линейной цепи синусоидального тока, схема которой изображена на рисунке 1.

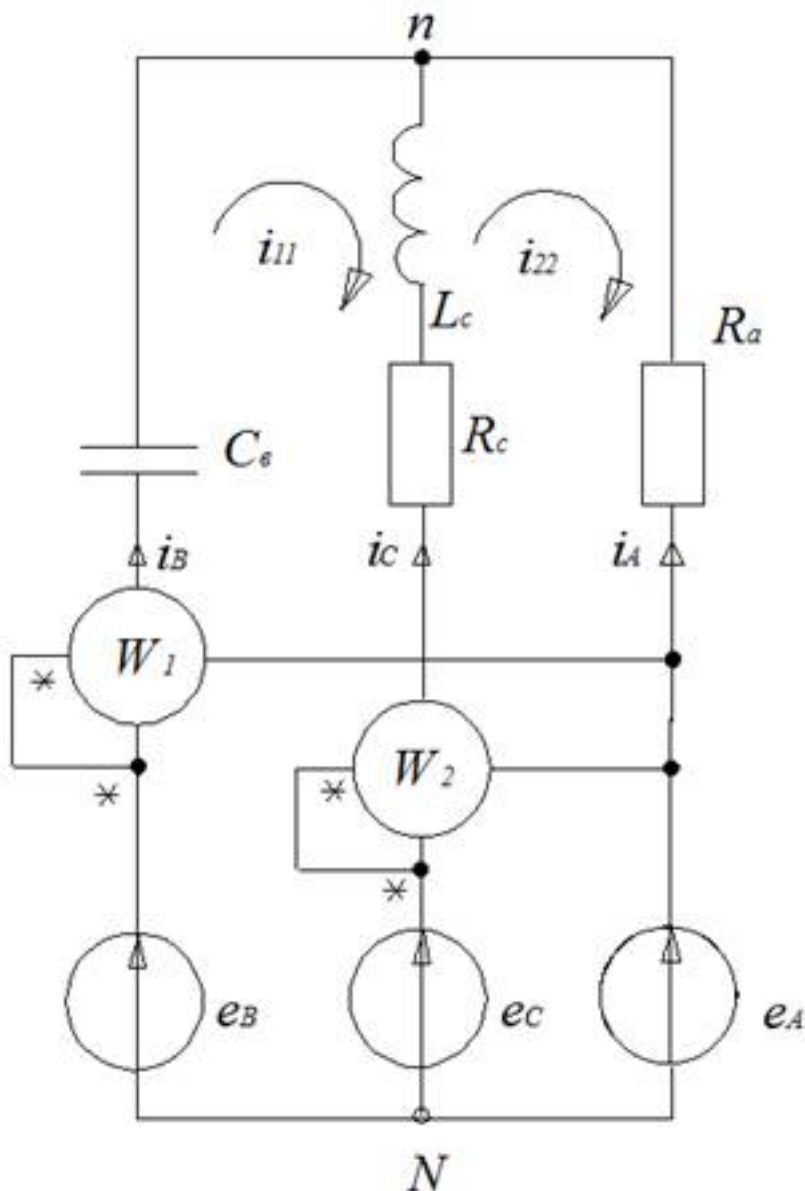


Рисунок 1. Схема электрической цепи

В цепи, изображенной на рисунке 1, действуют источники напряжения с ЭДС, изменяющимися во времени по закону:

$$e_A(t) = E_m \sin(\omega t + \psi)$$

$$e_B(t) = E_m \cos(\omega t + 150^\circ + \psi)$$

$$e_C(t) = -E_m \sin(\omega t - 60^\circ + \psi)$$

Параметры ЭДС (E_m, f, ψ) и параметры элементов схемы (R, C, L) приведены в таблице 1.

Таблица 1.

Параметры ЭДС и элементов электрической схемы

E_m	f	ψ	L_c	C_ϵ	R_a	R_c	Эл. в.

B	$\Gamma_{\text{ц}}$	Град	мГн	мГн	Ом	Ом	A
250	100	-55	20,79	70,73	50	30	

Расчет электрической цепи выполним следующим образом:

1. Построим временные характеристики $e_A(t)$, $e_B(t)$, $e_C(t)$;
2. Рассчитаем схему методами контурных токов и межузловых напряжений.

Построение временных характеристик электрической цепи

Для построения временных характеристик (графиков) ЭДС получим аналитические выражения для них:

$$e_A(t) = 250 \sin(\omega t - 55^\circ) B,$$

$$e_B(t) = 250 \cos(\omega t + 150^\circ - 55^\circ) = 250 \sin(\omega t + 150^\circ - 55^\circ + 90^\circ) = 250 \sin(\omega t - 175^\circ) B,$$

$$e_C(t) = -250 \sin(\omega t - 60^\circ - 55^\circ) = 250 \sin(\omega t - 115^\circ + 180^\circ) = 250 \sin(\omega t + 65^\circ) B.$$

Графики $e_A(t)$, $e_B(t)$ и $e_C(t)$ приведены на рисунке 2.

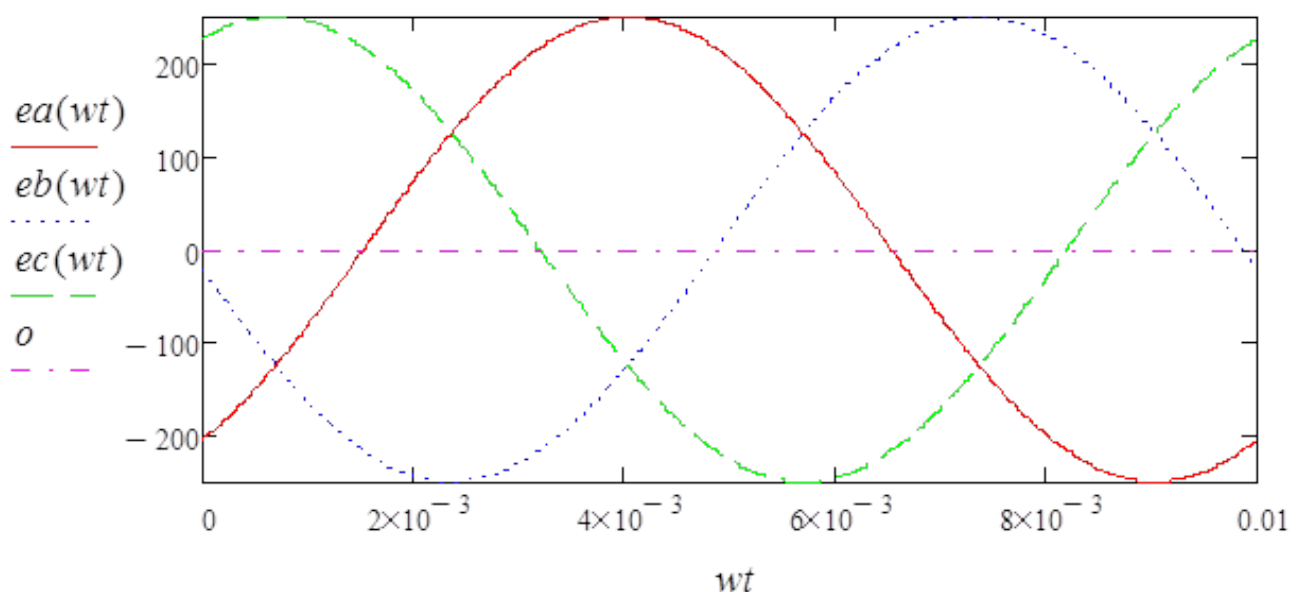


Рисунок 2. Временные характеристики электрической цепи

Расчет электрической схемы методом контурных токов и межузловых напряжений

Запишем комплексы действующих значений ЭДС:

$$\underline{E}_A = 176,78 e^{-j55^\circ} = (101,39 - j144,81) B;$$

$$\underline{E}_B = 176,78 e^{-j175^\circ} = (-176,11 - j15,41) B;$$

$$\underline{E}_C = 176,78 e^{j65^\circ} = (74,71 + j160,22) B$$

Находим комплексные сопротивления ветвей схемы.

$$\underline{z}_a = R_a = 50 \text{ Ом};$$

$$\underline{z}_b = -j \frac{1}{\omega C_b} = -j \frac{1}{628,32 \cdot 70,73 \cdot 10^{-6}} = -j22,5 \text{ Ом};$$

$$\begin{aligned} \underline{z}_c &= R_c + j\omega L_c = 30 + j628,32 \cdot 20,79 \cdot 10^{-3} = 30 + j13,06 = \\ &= \sqrt{30^2 + 13,06^2} e^{j \arctg \frac{13,06}{30}} = 32,72 \cdot e^{j23,53^\circ} \text{ Ом}. \end{aligned}$$

Запишем уравнения по второму закону Кирхгофа для контурных токов в матричной форме:

$$\begin{vmatrix} \underline{z}_b + \underline{z}_c & -\underline{z}_c \\ -\underline{z}_c & \underline{z}_a + \underline{z}_c \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} \underline{I}_{11} \\ \underline{I}_{22} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \underline{E}_B - \underline{E}_C \\ \underline{E}_C - \underline{E}_A \end{vmatrix}$$

Подставим числовые значения:

$$\begin{vmatrix} -j22,5 + 30 + j13,06 & -(30 + j13,06) \\ -(30 + j13,06) & 50 + 30 + j13,06 \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} \underline{I}_{11} \\ \underline{I}_{22} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -176,11 - j15,41 - 74,71 - j160,22 \\ 74,71 + j160,22 - 101,39 + j144,81 \end{vmatrix}$$

Или

$$\begin{vmatrix} 30 - j9,44 & -(30 + j13,06) \\ -(30 + j13,06) & 80 + j13,06 \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} \underline{I}_{11} \\ \underline{I}_{22} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -250,82 - j175,62 \\ -26,69 + j305,03 \end{vmatrix}$$

Определитель системы:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 30 - j9,44 & -(30 + j13,06) \\ -(30 + j13,06) & 80 + j13,06 \end{vmatrix} = 1794 - j1147 = 2129 e^{-j32,6^\circ} \text{ Ом}^2$$

Алгебраические дополнения:

$$\Delta_{11} = \begin{vmatrix} -250,82 - j175,62 & -(30 + j13,06) \\ -26,69 + j305,03 & 80 + j13,06 \end{vmatrix} = -22560 - j8523 = 24110e^{-j159,3^\circ} \text{ В} \cdot \text{Ом};$$

$$\Delta_{22} = \begin{vmatrix} 30 - j9,44 & -250,82 - j175,62 \\ -(30 + j13,06) & -26,69 + j305,03 \end{vmatrix} = -3152 + j858,309 = 3267e^{j164,77^\circ}$$

Находим комплексы контурных токов:

$$\underline{I}_{11} = \frac{\Delta_{11}}{\Delta} = \frac{24110e^{-j159,3^\circ}}{2129e^{-j32,6^\circ}} = 11,325e^{-j126,71^\circ} = (-6,769 - j9,079)\text{А};$$

$$\underline{I}_{22} = \frac{\Delta_{22}}{\Delta} = \frac{3267e^{j164,77^\circ}}{2129e^{-j32,6^\circ}} = 1,534e^{-j162,64^\circ} = (-1,464 - j0,458)\text{А};$$

Вычислим комплексы токов ветвей:

$$\underline{I}_B = \underline{I}_{11} = 6,979e^{j40,74^\circ} \text{ А};$$

$$\underline{I}_A = -\underline{I}_{22} = 1,464 + j0,458 = 1,534e^{j17,36^\circ} \text{ А};$$

$$\underline{I}_C = \underline{I}_{22} - \underline{I}_{11} = 5,304 + j8,622 = 10,123e^{j58,4^\circ} \text{ А}.$$

Для расчета той же схемы методом межузловых напряжений находим комплексное значение напряжения смещения нейтрали $\underline{U}_{nN}$:

$$\begin{aligned} \underline{U}_{nN} &= \frac{\frac{\underline{E}_A}{\underline{Z}_a} + \frac{\underline{E}_B}{\underline{Z}_b} + \frac{\underline{E}_C}{\underline{Z}_c}}{\frac{1}{\underline{Z}_a} + \frac{1}{\underline{Z}_b} + \frac{1}{\underline{Z}_c}} = \frac{\frac{176,78e^{-j55^\circ}}{50} + \frac{176,78e^{-j175^\circ}}{22,5e^{-j90^\circ}} + \frac{176,78e^{j650^\circ}}{32,72e^{j23,53^\circ}}}{\frac{1}{50} + \frac{1}{22,5e^{-j90^\circ}} + \frac{1}{32,72e^{j23,53^\circ}}} = \\ &= \frac{6,761 - j7,145}{0,048 + j0,032} = \frac{9,837e^{-j46,58^\circ}}{0,058e^{j33,88^\circ}} = 170,053e^{-j80,46^\circ} = (28,178 - j167,702)\text{В}. \end{aligned}$$

Вычислим комплексные значения токов ветвей,

пользуясь законом Ома:

$$\begin{aligned}\underline{I}_A &= \frac{\underline{E}_A - \underline{U}_{nV}}{\underline{Z}_a} = \frac{101,39 - j144,81 - 28,178 + j167,702}{50} = \frac{73,218 + j22,893}{50} = \\ &= \frac{76,714e^{j17,36^\circ}}{50} = 1,534e^{j17,36^\circ} A;\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\underline{I}_B &= \frac{\underline{E}_B - \underline{U}_{nV}}{\underline{Z}_B} = \frac{-176,11 - j15,41 - 28,178 + j167,702}{22,5e^{-j90^\circ}} = \frac{-204,286 + j152,295}{22,5e^{-j90^\circ}} = \\ &= \frac{254,807e^{j143,3^\circ}}{22,5e^{-j90^\circ}} = 11,325e^{-j126,7^\circ} A;\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\underline{I}_C &= \frac{\underline{E}_C - \underline{U}_{nV}}{\underline{Z}_c} = \frac{74,71 + j160,22 - 28,178 + j167,702}{32,72e^{j23,53^\circ}} = \frac{46,532 + j327,919}{32,72e^{j23,53^\circ}} = \\ &= \frac{331,205e^{j81,92^\circ}}{32,72e^{j23,53^\circ}} = 10,123e^{j58,4^\circ} A.\end{aligned}$$

Таким образом, были построены характеристики электрической цепи и был произведен расчет рассматриваемой электрической схемы методами контурных токов и межузловых напряжений.

Список литературы:

1. Однофазные электрические цепи переменного тока [Электронный ресурс] – URL: <http://model.exponenta.ru/electro/0032.htm> (дата обращения: 07.07.2018).