

ОПТИМИЗАЦИЯ ПРИБЫЛИ ТОРГОВОЙ ФИРМЫ С ПОМОЩЬЮ ПРОИЗВОДНОЙ

Вологжанинов Дмитрий Дмитриевич

студент Самарского государственного экономического университета, РФ, г. Самара

Зеркаль Филипп Александрович

студент Самарского государственного экономического университета, РФ, г. Самара

Уфимцева Людмила Ивановна

научный руководитель, канд. физ.-мат. наук, проф. Самарского государственного экономического университета, РФ, г. Самара

Белова Людмила Владимировна

Вопрос: Как найти максимум функции? Ответ: Для этого нужно найти производную функции и приравнять ее к нулю. Затем решить уравнение относительно x . Если функция задана на отрезке, то нужно также проверить значения функции на концах отрезка. Таким образом, для нахождения максимума функции необходимо:

- Найти производную функции.
- Приравнять производную к нулю и решить уравнение.
- Проверить значения функции на концах отрезка.

Решение: Пусть функция задана на отрезке $[a; b]$. Тогда для нахождения максимума функции необходимо:

- Найти производную функции.
- Приравнять производную к нулю и решить уравнение.
- Проверить значения функции на концах отрезка.

Вопрос: Как найти минимум функции? Ответ: Для этого нужно найти производную функции и приравнять ее к нулю. Затем решить уравнение относительно x . Если функция задана на отрезке, то нужно также проверить значения функции на концах отрезка. Таким образом, для нахождения минимума функции необходимо:

- Найти производную функции.
- Приравнять производную к нулю и решить уравнение.
- Проверить значения функции на концах отрезка.

Решение: Пусть функция задана на отрезке $[a; b]$. Тогда для нахождения минимума функции необходимо:

- Найти производную функции.
- Приравнять производную к нулю и решить уравнение.
- Проверить значения функции на концах отрезка.

??? ?????, ??? ????? ??????? Q_0 ?????????? ??? ???????????????, ????

$$MC(Q_0) = MR(Q_0)$$

, ??? MC — ??????????? ??????????, ? MR — ???????????

?????.

?????? ????????? ????????? ?? $\Pi(Q)$. ??????

$$\Pi(Q) = R(Q) - C(Q)$$

, ???

R — ???????, ? C — ?????? ?????????? ???????????????.

????????????, ????????????? ?????? ?????????????? ?????????????? ???

????????????????? ?????????, ?? ??? ? ?????? ?????????? Q_0 , ??? ?????????? ?????????

$\Pi(Q)$?????? ????????????? (?????????). ?? ?????????? ?????? ? ?????? ??????

$\Pi'(Q) = 0$

. ?? $\Pi'(Q) = R'(Q) - C'(Q)$

, ????????? $R'(Q_0) = C'(Q_0)$

,

????????????????, $MC(Q_0) = MR(Q_0)$

.

??? ?????????????????? ??????? ????????????? ? ?????????? ?????????? ??????????????

?????? ?? ??????????????. ? ?????????????, ?????????????? ?????? ?????????? ??????????

????????????????? ??? ?????????????? ????????? ? ?????????????? ??????????

??? ?????????? ?????????? ?????????????? ?????????????????????? ?????? ?????????? ??????????

????????? $AC(Q)$?????????????????? ??? $\frac{TC(Q)}{Q}$

, ? . ? . ?????????? ?????????????????? ?????

?????? ???????, ??????????

?? ?????????????? ??????? ?????????????????????? ??????? . ??? ?????????? ??????????

?????? ?????????? ? ?????????????????? ?????? ?????????? $y=AC(Q)$, ? . ? . ??? ??????????

$$AC(Q) = \frac{TC(Q) \cdot Q - TC(Q)}{Q^2}$$

,

???????? $TC(Q) \cdot Q - TC(Q) = 0$

???? $TC'(Q) = \frac{TC(Q)}{Q}$, ? . ? .

$$MC(Q)=AC(Q).$$

??????? «???????????? ??????» ????? ?????????????????? ? ?????????????????
???????

???? ? ? ????? ?????????? ?????????????? ???????? — ????? ??????????
???????????? — ????????? ??: «? ?????????????? ?????????????? ??????????????
??????????, ??????????? ? ? ?????? ?????? ?????????? (??????????,
???????????????????? ? ? ?.), ? ?????????????? ????????? ?????????».

???????? ?????????, ????????? $\frac{\Delta y}{\Delta x}$, ??? Dy — ?????????????? ????????? ??????????,
? Dx — ?????????????? ?????????, ?????????????? ??? ?????????????? x. ????, ?????
????????????? ?????????????? ?????????????????? ??? ?????????? $y=f(x)$, ?????????????
????????????????? ?????????? ?????????????? ?? ?????????????? ?????????, ?????????? ??????????,
???????????? ??????

??????? ???????? ?????? ??????????????? ?? ?????????? ??? ??????????????? ??????
????????? ????????????? ? ??????????????? ??????????????

? ?????????? ?????????? ?????????????? ?????? ?????????? ?? ??????. ??????????????,
????????????????? ??????????????????, ? ?????? ?????????????? ? ?????? ????????????? ?
???????. ?? ?????????? ??? ?????????? ?????????????? ?????????????? ??????????????-????????????
????????????? ?? ?????? 20 ? ??????????????. ?????????????????????? ?????????? ??????
???????, ??? ?????????????? ?????????????? ?? ?????? ?????????????? 90 ? ? ?????.

??? ??????????????? ?????????? ?????????? ?????????????????, ??? ?????????? ??????????
????????? ?????? ???????????????, ?????????? ?????????????????? ?????????? ??????
?????????????????

$$TC(Q) = -q^3 + 98q^2 + 200q$$

$$MC(Q) = \frac{TC}{Q} = -q^2 + 98q + 200$$

?????????? ?????????? ???????????

?????? ?????????, ?????????????? ?????? ??????????????? ?????????? ??????????

$$y = -x^2 + 98x + 200$$

?? ??????? [20; 90].

????????? ????????????? ??????? ????????????????? ???????????, ?????????, ???
 $x = 49$

????????? ?????????????? (?????????????) ?????? ????????. ???????
 ?????????? ????????? ? ?????? ????????? ????????? ? ? ?????????????? ??????.

$$f(20) = 1760 \quad f(49) = 2601 \quad f(90) = 320$$

?????? ?? ????????????????? ??????????, ????????? 90 ???? ?????????? ? ?????,
 ?????????????? ?????????????? ??????????, ? ??? ??????, ??? ??? ????????? ??????????
 ?????????????? ????????????????? ??? ??????? ? ?????????????????????????? ?????????????
 ?????????????????, ? . ? . ? ?????????????? ???? ????????? ?????? ????????????? ??????
 ????????????? ?????????????.

???????????????? ?????????? ????????????????? ?????????????? ? ??????? ?????????????
 ????????????????? ?????????? ??? ?????????? ?????????????????? ?????????? ????????????? ?
 ????????????????? ?????? ?? ??????????????. ?????????????????????? ????????????? ?????? ?? ?????????
 ??? ??????????????, ?????????? ?????????????????????? ?????????? ?????????????? ?????????????????
 ?????, ??? ?????????? ?????? ?????????????????? ?????????????????? ?????????? ?????? ?????????
 ?????????????.

????? ?????????? ?????????? ?????? ????????????????? ?? ?????????:
 $U(p) = p \cdot d(p) = pe^{-2p^2}$
 , ??? p — ????, ?????? $d(p) = pe^{-2p^2} \quad (p \geq 0)$

????????? ?????????????????? ?????????? $U(p)$? ?????????? ?????????????????.

$$\text{?????} \quad U'(p) = e^{-2p^2} (1 - 4p^2)$$

. ?????????????????

????????? $U(p)$?????????????????? ??? $p < 0,5$? ?????????????????? ??? $p > 0,5$, ?????????
 ?????????????? ??? $p < 0,5$? ?????????? ??? $p > 0,5$, ?? ????? ? ??????? ?????? ??????
 ?????????? ??????????????????, ??? $p = 0,5$?????????????? ?????????????? ??????????

$$U_{\max} = U\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2} e^{-\frac{1}{2}} \approx 0,3$$

, ?? ?????????? ?????????? ??? ????????? ?
 ?????????? ??????.

???? ?????????? ???????? ?????????? ? ???????? ???????? ??????????????.

$$U''(p) = 4pe^{-2p^2} (4p^2 - 3)$$

??? $p > \frac{\sqrt{3}}{2}$ $U''(p) > 0$, ??? $p < \frac{\sqrt{3}}{2}$ $U''(p) < 0$
 , ? . ? . ??? ??????????
 ???????

???????????????? ? ????????????????? ?????????????????.

?? ?????????? (0;0,5) ???????? ????????????? ??? ??????????, ?? ??? ?????????????
 ?????????? ??? ????????????? ?? ??????????. ???????? ????????? ????????? ?

???????????????? ???????? ??? $p < \frac{\sqrt{3}}{2} \approx 0,9$
 , ? ?????, ??? ?????????? ?????????????
 ????????????????? ? ??? $p > 0,9$

???????? ????????? ??? ????????? ? ? ?????? ????????????? ? ????? ??? ??????????????
 ????????????? ?????.

????, ?????????? ????????? ? ?????????? ???????? ???????? ?????????.

????????? 1.

**????????? ?????????????? ????????? ? ????????? ????????? ????????? ????????? ?
 ?????????????????? ?????????**

p	(0, 0,5)	0,5	$\left(\frac{1}{2}; \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\left(\frac{\sqrt{3}}{2}; +\infty\right)$
$U'(p)$	+	0	-	-0,47	-
$U''(p)$	-		-	0	+
$U(p)$	????????????????	0,3 max	????????????	0,2	????? ?????????????

????????

????????

????????

????????

????? ????????, ?????? ??????? ??????:

?? ???????????? (0;0,5) ??????? ?????????????? ?? ???????????.

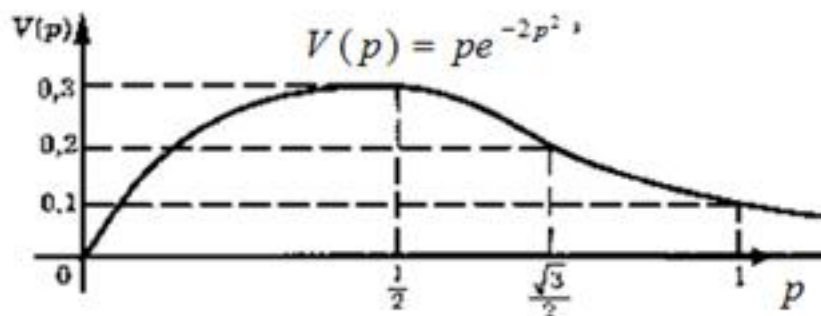
???????????????????? ?????? ????????? ??????????. ????? ?? ??????????????, ???
????????????? ?????????? ????? ?? ??????????. ??????? ????????? ????????? ?

????????????????? ??????? (??? $p < \frac{\sqrt{3}}{2} \approx 0,9$
), ? ?????? ?????
????????? $U(p)$?????????????? ??????????????????. ??? $p > 0,9$??????

????????? ?? ????????? ? ?????????? ? ?????? ?? ?????????????? ?????????????? ?????.

?? ?????????????? $\left(\frac{\sqrt{3}}{2}; +\infty\right)$?????????? $U(p)$??????????. ? ?????? $\left(\frac{\sqrt{3}}{2}; 0,2\right)$???????

????????????????? (???. 1):



???????? 1. ?????? ?????????????? ????????? ?????????? ?????? ?? ?????

????? ?????????, ? ?????? ??????? ??? ?????????????????? ?????????????????? ??????
???????????????, ? ?????? ????????? ?? ?????????????????? ?????????????? ? ??????????????????

???? ????????????? ??????????. ??????? ? ????????????? ?????????????? ? ??????????
????????????????? ? ?????????? ?????????? ?????????? ??? ?????????????? ??????
????????????? ?????????? ? ?????????????? ????????? ??????.

?????? ?????????????:

1. ?.? ??????, ?.? ??????, ?.? ??????????. ??????????, ???????? ? ?????????????
????????? // ????????????????? ??????. ???, 1991. ? 1, ??? 1 — ? 174—179.
2. ??????? ?????? ?? ?????????????: ??????? ???????? / ??? ??????????? ?.?.
?????????, ?.? ????????. — ??????: ?????????????? ?????????? ??????????????????
????????????????? ??????????????, 2007 ? — 356 ?.