

ПРИМЕНЕНИЕ ВЕЙВЛЕТ-АНАЛИЗА

Давыдова Анастасия Игоревна

магистрант, Томский государственный университет, РФ, г. Томск

Приблизительно два десятилетия назад в мире сформировалось и подверглось глубокому и тщательному изучению новое научное направление, называемое вейвлет-анализом, которое на сегодняшний день нашло широкое применение в обработке сигналов и изображений.

Термин «вейвлет» (wavelet), от французского слова «ondelette», означает небольшие (короткие) волны, которые следуют друг за другом. В узком смысле вейвлеты – это общее название для семейств математических функций, получающихся путем масштабирования и сдвигов по оси времени одной материнской (базовой) функции. В широком смысле вейвлеты – это функции, которые локальны во времени и по частоте, со средним значением равным нулю [1],[6].

Представление одномерного сигнала в виде обобщенного ряда или интеграла Фурье по системе базисных функций

$$\psi(t) = \frac{1}{\sqrt{a}} \psi\left(\frac{t-b}{a}\right),$$

построенных на основе материнского (исходного) вейвлета $\psi(t)$, называется вейвлет-преобразованием. Материнский вейвлет имеет полезные свойства благодаря

операциям изменения временного масштаба (a) и сдвига во времени (b) .

Множитель $\frac{1}{\sqrt{a}}$ обеспечивает независимость нормы этих функций от масштабирующего числа (a) [9].

Таким образом, при заданных параметрах (a) и (b) функция $\psi_{ab}(t)$ является вейвлетом, образованным на основе материнского вейвлета $\psi(t)$.

Благодаря вейвлет-преобразованию появилась возможность проводить анализ изучаемых временных функции в терминах колебаний, которые обладают свойством локализованности во временном пространстве и частотных областях. При непрерывном изменении

параметров (a) и (b) вейвлет-преобразование называется непрерывным, а реализацию вейвлет-преобразования с использованием дискретного набора масштабов и переносов называют дискретным вейвлет-преобразованием [1].

Вейвлет-анализ вызвал большой интерес в теоретической и прикладной сферах математики,

вследствие чего, он нашёл применение в самых разных областях. Рассмотрим некоторые из них:

1) Восстановление прошлого климата

Используя вейвлет-анализ, можно провести реконструкцию прошлого климата. С этой целью необходимо выявить характерные периоды, присутствующие в косвенных источниках изменения климата (природных архивах, включающих в свою структуру климатический сигнал). Таким образом, выявляя периоды климатических колебаний, можно сделать прогноз о поведении климатических систем в будущем [5].

Например, вейвлет-анализ можно использовать для характеристики временной изменчивости облачности в широтных зонах [7].

2) Сжатие данных

Наибольшее применение вейвлет-преобразования нашли в обработке сигналов и изображений. Под обработкой понимается сжатие изображений или временных сигналов, их анализ, «очистка», фильтрация, эффективное хранение, извлечение и передача. При обработке сигналов используются «одномерные» вейвлеты, а при обработке изображений «двумерные». Вейвлеты позволяют производить декомпозицию, а также восстанавливать и идентифицировать сигналы и изображения, удалять шумы, сжимать файлы, хранящие информацию. В зависимости от выбора материнского вейвлета будет решаться та или иная практическая задача,[8].

Сжатие сигнала и его последующую реконструкцию можно осуществить при помощи прямого и обратного вейвлет-преобразования.

В частности, чтобы сжать изображение необходимо реализовать следующий алгоритм действий:

- a) Осуществляется вейвлет-преобразование.
- b) Коэффициенты упорядочиваются.
- c) У упорядоченного массива с допустимой энергией (согласно условиям задачи) отбрасывается «хвост».
- d) Запоминаются сохраненные коэффициенты и их позиция в массиве исходных коэффициентов.

Для реконструкции необходимо заменить отброшенные коэффициенты нулями [4].

3) Медицина и биология

Вейвлет-анализ нашёл своё применение в биологии и медицине. Его используют для расшифровки информации, заключённой в функциях одной переменной (анализ интервалов сердцебиения, электроэнцефалограмм (ЭЭГ), электрокардиограмм (ЭКГ), последовательности ДНК и т.п.), а также для распознавания образов (формы биологических объектов, классификации клеток крови, изображения радужной оболочки глаза, рентгенограмм внутренних органов живых существ и т.п.). В частности, при анализе кардиограмм и диагностике острых лейкозов [3],[5].

4) Авиация (двигатели)

Вейвлет-анализ можно применять для анализа работы моторов, турбин, компрессоров, двигателей и т.п. Он позволяет значительно усовершенствовать диагностику режимов работы двигателей, что способствует предотвращению их выхода из строя и снижению экономических потерь [3].

Помимо вышеизложенного вейвлет-анализ применяют с целью анализа состояния и предсказания изменения положения на фондовых и валютных рынках; для идентификации образов спутниковых изображений облаков или поверхности планет, а также снимков минералов; при изучении мультифрактальных объектов и проектировании квадратных зеркальных фильтров; для численных методов решения уравнений математической физики; при анализе и синтезе сигналов разной структуры и природы (в частности, при анализе речи с помощью вейвлет-преобразования можно достигнуть эффективного удаления высокочастотного шума (шумоочистка), а также построить эталоны для систем распознавания речи) и для много другого.

Вейвлеты стали одним из эффективных инструментов для решения широкого спектра задач. С этой целью, на основе полученных к настоящему времени результатов, были разработаны специальные пакеты программ в системах MathCAD, MatLab и CorelDraw [5],[8].

В заключение, хочется отметить, что вейвлет-анализ вызвал большой интерес в теоретической и прикладной сферах математики, вследствие чего, он нашёл применение в самых разных областях. В частности, он служит хорошим инструментом для восстановления прошлого климата, анализа климатических данных и их долгосрочного прогнозирования. За счёт своих особенностей вейвлет-анализ был выбран в качестве одного из инструментов для изучения характеристик систем видения через атмосферу в работе [2].

Список литературы:

1. Воскобойников Ю.Е. Вейвлет-фильтрации сигналов и изображений (с примерами в пакете MathCAD) / Ю. Е. Воскобойников. – Новосибирск: НГАСУ (Сибстрин), 2015. – 188 с.
2. Давыдова А. И. Применение гармонического анализа для изучения характеристик систем видения через атмосферу: выпускная бакалаврская работа по направлению подготовки: 01.03.02 - Прикладная математика и информатика / Давыдова, Анастасия Игоревна - Томск: [б.и.], 2019. URL: <http://vital.lib.tsu.ru/vital/access/manager/Repository/vital:8955>
3. Дремин И.М. Вейвлеты и их использование / И.М. Дремин, О.В. Иванов, В.А. Нечитайло // Успехи физических наук. – 2001. – Т. 171, № 5. – С. 465–501.
4. Левкович Маслюк Л. Введение в вейвлет анализ / Л. Левкович Маслюк, А. Переберин. – М.: Графи Кон'99, 1999. – 280 с.
5. Нагорнов О.В. Вейвлет-анализ в примерах / О.В. Нагорнов, В.Г. Никитаев, В.М. Простокишин, С.А. Тюфлин, А.Н. Проничев, Т.И. Бухарова, К.С. Чистов, Р.З. Кашафутдинов, В.А. Хоркин. – М.: НИЯУ МИФИ, 2010. – 120 с.
6. Приоров А.Л. Обработка сигналов на основе вейвлет-преобразования: метод. указания / А.Л. Приоров, В.А. Волохов, И.В. Апальков. – Ярославль: ЯрГУ, 2011. – 44 с.
7. Чернокульский А.В. Анализ глобального поля облачности и связанных с его вариациями климатических эффектов: дис. ... канд. физ.-мат. наук. / А.В. Чернокульский. – М., 2010. – 179 с.
8. Юдин М.Н. Введение в вейвлет-анализ: учеб.-практич. пособие / М.Н. Юдин, Ю.А. Фарков, Д.М. Филатов. – М.: Моск. геологоразв. акад., 2001. – 72 с.
9. Яковлев А.Н. Введение в вейвлет-преобразования: Учеб. пособие / А.Н. Яковлев. – Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2003. – 104 с.