# ОБ ОСНОВНЫХ ПОНЯТИЯХ ТЕОРИИ ИГР

**Сергеева Ольга Викторовна**

студент, Воронежский Государственный Педагогический Университет, РФ, г. Воронеж

**Сакалова Кристина Андреевна**

студент, Воронежский Государственный Педагогический Университет, РФ, г. Воронеж

**Теория игр** – наука, которая изучает закономерности конфликтных ситуаций.

Конфликтной ситуацией называется ситуация, в которой интересы её участников либо прямо противоположны, либо не совпадают. Такая ситуация называется **игрой**, а её участники – **игроками**.

Под **стратегией** в теории игр понимается перечень конкретных указаний, который показывает, как конкретный игрок ведёт себя в любой ситуации, сложившейся в ходе игры.

Пример. Два игрока. Будем считать, что у каждого из игроков некоторые множества стратегий, так называемые пространствами стратегий $X$ и $Y$. В течении конфликта 1-ый игрок выбирает некоторую стратегию $x \in X$, а 2-ой игрок, отвечая, выбирает некоторую стратегию $y \in Y$. После чего игра считается сделанной. Чтобы играть, каждый из игроков должен анализировать выбор стратегии.

1-ый игрок:

Предположим, что второй игрок будет применять против меня $y \in Y$. Чем отвечать? $A(y)$ – множество стратегий сильных ответов на стратегии второго игрока.

2-ой игрок:

Предположим, что первый игрок будет применять против меня $x \in X$. Чем отвечать? $B(x)$ – множество стратегий сильных ответов на стратегии первого игрока.

Получаются два отображения:

$$A: y \in Y \to A(y) \subset X$$

$$B: x \in X \to B(x) \subset Y.$$

Такие отображения, которые каждой точке одного множества сопоставляют некоторое подмножество другого множества, называют многозначными или мультиотображениями.

$$A: y \in Y \to X$$

$$B: x \in X \to Y.$$

Эти многозначные отображения в теории игр называют **игровыми правилами**.

**Антагонистической** называют такую игру, где интересы участников прямо противоположны. Где выигрыш одного игрока прямо равняется проигрышу другого и наоборот.

Для того чтобы задать антагонистическую игру, используют следующее понятие. Пусть задана функция $f: X \times Y \to \mathbb{R}$. Такая функция называется **функцией игры**, если она имеет следующий смысл: числовое значение $f(x; y)$ равно выигрышу первого игрока, если он применяет стратегию $x$, а второй отвечает на неё $y$. Выигрыш второго игрока $-f(x; y)$.

Если мы возьмём суммарно выигрыш обоих игроков, то он равняется 0. Поэтому такие игры называются ещё играми с нулевой суммой.

Предположим, $X$ – замкнутое ограниченное подмножество $\mathbb{R}^n$. $X \subset \mathbb{R}^n, Y \subset \mathbb{R}^m$. Функция $f$ непрерывна. Множество $A$ – наилучшие ответы на $y$. Множество $A(y)$ должно состоять из $x$, для которых $f(x; y)$ значение максимально для заданных $y$.

**Игровые правила**:

$$A(y) = \left\{x \in X: f(x; y) = \max_{\tilde{x} \in X} f(\tilde{x}; y)\right\},$$

$$B(x) = \left\{y \in Y: f(x; y) = \min_{\tilde{y} \in Y} f(x; \tilde{y})\right\}.$$

Стратегии $x_0 \in X$, $y_0 \in Y$ **равновесны**, если они удовлетворяют следующей системе включений: $\begin{cases} x_0 \in A(y_0) \\ y_0 \in B(x_0) \end{cases}$

Игры, в которых каждому из игроков доступно конечное множество стратегий удобно записывать в виде матрицы.

<u>Пример</u>. Два игрока кладут на стол монету вверх гербом или цифрой. Если игроки выбрали одинаковые стороны, то 1-ый игрок забирает обе монеты, иначе их забирает 2-ой игрок.

Матрица данной игры будет выглядеть так:

$$\begin{array}{ccc} & y_1 & y_2 \\ \begin{array}{c} x_1 \\ x_2 \end{array} & \multicolumn{2}{c}{\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}.} \end{array}$$

Правила игры: $A(y_1) = x_1$

$A(y_2) = x_2$,

$B(x_1) = y_2$,

$B(x_2) = y_1$.

**Список литературы:**

1. Петросян Л. А. Теория игр: учеб. пособие для унтов / Л.А. Петросян, Н.А. Зенкевич, Е.А. Семина. — М.: Книжный дом «Университет», 2010.— 304 с.

2. Розенмюллер И. Кооперативные игры и рынки / И. Розенмюллер.— М. : Мир, 1974.